

Exercice 1 (7 points)

- 1) Soit U la suite réelle définie sur \mathbb{N} par $U_n = 2^n$
 - a – Montrer que U est une suite géométrique dont on précisera le premier terme U_0 et la raison q .
 - b – On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_{n-1}$. Montrer que $S_n = 2^n - 1$.
 - c – Déterminer l'entier naturel n tel que $S_n = 31$.
- 2) On considère la suite V définie sur \mathbb{N} par $V_n = 2^n + 1$.
 - a – Calculer V_0 ; V_1 et V_2 .
 - b – En déduire que la suite V n'est ni arithmétique ni géométrique.
 - c – On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_{n-1}$. Montrer que $S'_n = n - 1 + 2^n$.

Exercice 2 (6 points)

Soit f la fonction numérique d'une variable réelle définie par $f(x) = 1 + \text{Log}(x + 1)$.

On désigne par \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Montrer que la fonction f est définie sur l'intervalle $] -1, +\infty[$.
- 2) a – Soient x et y deux nombres réels de $] -1, +\infty[$. Vérifier que si $x < y$ alors $f(x) < f(y)$.
b – En déduire le sens de variation de f .
- 3) a – Calculer $f(0)$; $f(1)$; $f(e - 1)$ et $f\left(-\frac{3}{4}\right)$.
b – Tracer \mathcal{C} .
- 4) Résoudre dans $] -1, +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$.

Exercice 3 (7 points)

Un sac contient trois jetons noirs numérotés 1 ; 2 ; 2 et quatre jetons rouges numérotés 1 ; 1 ; 1 ; 2.

Tous ces jetons sont indiscernables au toucher.

On tire simultanément et au hasard, trois jetons du sac.

- 1) a – Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :
A : « Les trois jetons tirés sont rouges »
B : « Les trois jetons tirés portent le même numéro »
C : « Les trois jetons tirés sont rouges et portent le même numéro ».
b – Les événements A et B sont-ils indépendants ?
- 2) Soit X l'aléa numérique qui, à chaque tirage de trois jetons, associe le nombre de jetons noirs obtenus.
 - a – Déterminer la loi de probabilité de X .
 - b – Calculer l'espérance mathématique de X .