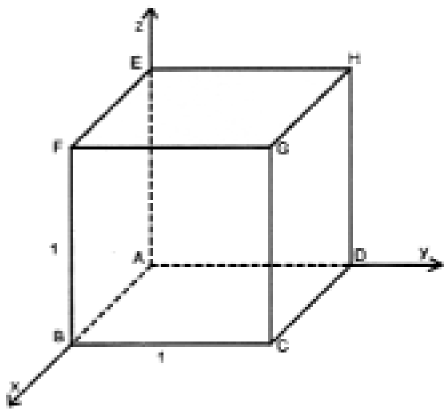
REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2008		NOUVEAU REGIME SESSION DE CONTROLE	
SECTION :	SCIENCES EXPERIMENTALES		
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 3 h	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.
On munit l'espace du repère orthonormé direct $\left(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.



1) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{BH}$ est égal à :

a) 0 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$.

2) Une équation du plan (ECG) est :

a) $x + y - 2 = 0$ b) $x + y - 1 = 0$ c) $x - y = 0$.

3) On désigne par I le milieu du segment [EG].
Soit S la sphère de centre I et passant par F. Alors on a :
a) Le plan (BEG) est tangent à la sphère S.
b) L'intersection de la sphère S et le plan (BEG) est le cercle de diamètre [EG].
c) L'intersection de la sphère S et le plan (BEG) est le cercle circonscrit au triangle EGH.

Exercice 2 (5 points)

On considère la suite (I_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\tan x)^n \, dx$.

1) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n \geq 0$.

b) Montrer que (I_n) est une suite décroissante.

c) E n déduire que (I_n) est une suite convergente.

2) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $I_n + I_{n+2} = \dfrac{1}{n+1}$.

b) En déduire la limite de la suite (I_n).

3) Calculer I_1, I_2 et I_4.

Exercice 3 (6 points)

1) a) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation (E): $z^2 - z + 1 = 0$.

b) Mettre les solutions de (E) sous forme exponentielle.

c) En déduire les solutions de l'équation (E'): $z^4 - z^2 + 1 = 0$.

2) Mettre le polynôme $P(z) = z^4 - z^2 + 1$ sous la forme d'un produit de deux polynômes du second degré à coefficients réels.

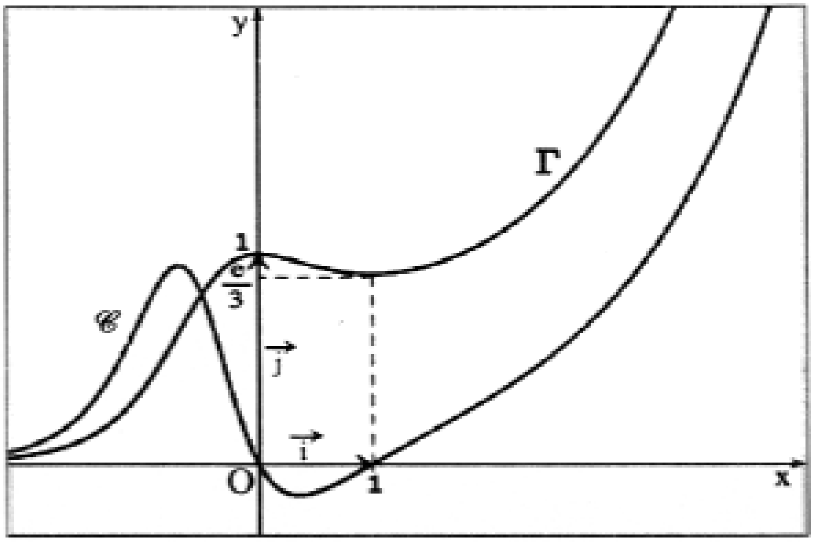
3) Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$.

On désigne par A, B, C et D les images des solutions de l'équation (E') telles que
$Re(z_A)>0$, $Im(z_A)>0$; $Re(z_B) > 0$ et $Im(z_D) > 0$

a) Placer les points A, B, C et D.

b) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

Exercice 4 (6 points)



Dans le graphique ci-contre :
$\mathscr{C}$ et Γ sont les courbes représentatives, dans un repère orthogonal $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$, d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f'.

Chacune des deux courbes $\mathscr{C}$ et Γ possède :
- une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.
- une asymptote d'équation $y = 0$ au voisinage de $-\infty$.

1) Par une lecture graphique :

a) Déterminer, parmi les courbes $\mathscr{C}$ et Γ, celle qui représente la fonction f'.

b) Déterminer $f(0)$, $f'(0)$ et $f'(1)$.

c) Dresser le tableau de variation de f.

2) On admet que la fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{e^x}{1+x+x^2}$.

a) Calculer $f'(x)$, pour $x \in \mathbb{R}$.

b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ on a : $f(x) - f'(x) = f(x).\dfrac{2x+1}{1+x+x^2}$.

c) En déduire les coordonnées du point d'intersection des deux courbes $\mathscr{C}$ et Γ.

d) Montrer que pour tout $x \geq -\dfrac{1}{2}$ on a : $f(x) - f'(x) \geq \dfrac{4}{3\sqrt{e}}.\dfrac{2x+1}{1+x+x^2}$.

3) Soit t un réel supérieur ou égal à 1.
On désigne par A(t) l'aire de la partie du plan limitée par les deux courbes $\mathscr{C}$ et Γ et les droites d'équations : $x = -\dfrac{1}{2}$ et $x = t$.

a) Montrer que $A(t) \geq \dfrac{4}{3\sqrt{e}}\ln(1+t+t^2) - \dfrac{4}{3\sqrt{e}}\ln(\dfrac{3}{4})$.

b) En déduire $\lim\limits_{t \to +\infty} A(t)$.