Examen du baccalauréat (Juin 2008)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session de contrôle

Exercice 1

1) a) 2)b) 3) c)

- Pour la 2) , $v_0 = -\ln 1 = 0$ et $v_1 = -\ln 2$ ainsi $v_0 \leq v_1$

et d'après les propositions,la suite est monotone donc elle est croissante.

- Pour la question 3), n'hésitez pas à représenter les points dans un repère orthonormé.

Exercice 2

a) O(0,0) appartient à la courbe (C) donc f(0) = 0.

b)

- La droite D d'équation y = 3 est une asymptote à la courbe (C)

au voisinage de $+\infty$ donc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 3$.

- (C) admet une branche parabolique de direction (y'y) au voisinage de $-\infty$

de plus f(x) > 0 et x < 0 donc $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$.

Remarque: Dans toute la question 1), on ne demande pas de justifier la réponse.

c) On lit sur le graphique que

$$\begin{cases} f \text{ est strictement décroissante sur }]-\infty, -\ln 2] \\ f \text{ est strictement croissante sur } [-\ln 2, +\infty[\\ \mathcal{C} \text{ admet une seule tangente horizontale } T_A \text{ avec} \\ A(-\ln 2, -1) \end{cases}$$

donc $\begin{cases} \text{Pour tout } x < -\ln 2, f'(x) < 0 \\ \text{Pour tout } x > -\ln 2, f'(x) > 0 \\ f'(-\ln 2) = 0 \end{cases}$

D'où le tableau de variation de f

x	$-\infty$		$-\ln 2$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3

2) a) F est dérivable sur IR et pour tout réel x,

$$F'(x) = -\frac{1}{2}\left(-2e^{-2x}\right) + 4\left(-e^{-x}\right) + 3$$

$$= e^{-2x} - 4e^{-x} + 3 = f(x).$$

Donc F est une primitive de f sur IR.

b) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées et la droite d'équation x = - ln3.

$$A = \int_{-\ln 3}^{0} |f(x)|\,dx = = \int_{-\ln 3}^{0} -f(x)\,dx \quad \text{car } f(x) < 0 \text{ pour } x < 0.$$

Or F est une primitive de f sur IR donc on a

$$A = \left[-F(x)\right]_{-\ln 3}^{0}$$

$$= [-\tfrac{1}{2}\, e^{2\ln 3} + 4e^{\ln 3} + 3(-\ln 3)] - \left[-\tfrac{1}{2}\, e^{0} + 4e^{0}\right]$$

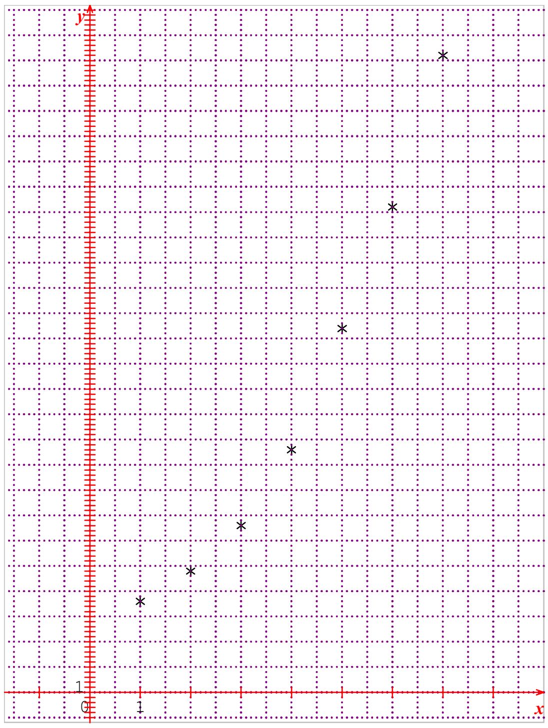
$$= -\tfrac{1}{2}\left(e^{\ln 3}\right)^2 + 4.3 - 3\ln 3 + \tfrac{1}{2} - 4$$

$$= -\tfrac{9}{2} + 12 - 3\ln 3 - \tfrac{7}{2}$$

$$= (4 - 3\ln 3) \text{ U.A}$$

Exercice 3 :

1)



2)a)

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$	2,89	3,18	3,50	3,87	4,28	4,56	4,84

b) Soit D la droite de régression de z en x.

$z = a\,x + b$ avec $a = \frac{Cov(x,z)}{V(x)}$ et $b = \bar{z} - a\bar{x}$

$= 0{,}34$ $= 2{,}53$

Donc D: $z = 0{,}34\,x + 2{,}53$.

c) $z = \ln y$ d'où $y = e^z = e^{0{,}34x+2{,}53}$ ce qui donne

$$y = 12{,}55e^{0{,}34x}$$

c) L'année 2008 correspond à x = 8.

d'où $z = (0{,}34)8 + 2{,}53 = 5{,}25$

d'où $\ln(y) = 5{,}25$ et par suite $y = e^{5.25} = 190{,}57$

La dépense en 2008 est estimée à 191 mille Dinars

(ou à 190 mille Dinars)

Exercice 4 :

1)a) La matrice associée au système

(S) est $M = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Une matrice est inversible si et seulement si son déterminant est non nul.

b) det(M) =

$5\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{vmatrix} - 1\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + 2\begin{vmatrix} 7 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}$

$= 5(6-6) + (21-18)$

$= 3 \neq 0$ donc M est inversible et soit M^{-1} sa matrice inverse.

On pose $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$ et calculons A.M

$$\begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$A.M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix} 0-1+2 & 0-2+2 & 0-3+3 \\ 5-1-4 & 7-2-4 & 9-3-6 \\ -\frac{10}{3}+\frac{4}{3+2} & -\frac{14}{3}+\frac{8}{3}+2 & -6+4+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = I$$

On a A.M = I et M est inversible d'où $M^{-1} = A$.

c) (S) : $\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 235 \\ x + 2y + 3z = 65 \\ 2x + 2y + 3z = 80 \end{cases}$

signifie M.X = K avec $M = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix}$, X $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et K $\begin{pmatrix} 235 \\ 65 \\ 80 \end{pmatrix}$

signifie X = $M^{-1}.K$

signifie X = $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 \\ -\frac{2}{3} & \frac{4}{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 235 \\ 65 \\ 80 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -65+80 \\ 235-65-160 \\ -\frac{470}{3}+\frac{260}{3}+80 \end{pmatrix}$

signifie X = $\begin{pmatrix} 15 \\ 10 \\ 10 \end{pmatrix}$ signifie $\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \\ z = 10 \end{cases}$

ainsi (15, 10,10) est l'unique solution de (S).

2) On pose x le nombre de produits du type A
y le nombre de produits du type B
et z le nombre de produits du type C.

x, y et z sont les solutions du système (S) : $\begin{cases} 5x + 7y + 9z = 235 \\ x + 2y + 3z = 65 \\ 2x + 2y + 3z = 80 \end{cases}$

par suite $\begin{cases} x = 15 \\ y = 10 \\ z = 10 \end{cases}$

Donc 15 produits du type A, 10 produits du type B
et 10 produits du type C ont été fabriqués en cette journée.