

SESSION DE CONTROLE	REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION *** EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2008 ***	ANCIEN REGIME
SECTIONS : SCIENCES EXPERIMENTALES + TECHNIQUE EPREUVE : MATHEMATIQUES DUREE : 3 h COEF. : 3		

Exercice 1 : (5 points)

L'espace étant rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points

$A(0, -2, 0)$, $B(\sqrt{3}, 1, 0)$ et $C(-\sqrt{3}, 1, 0)$.

- 1) Montrer que le triangle ABC est équilatéral de centre O.
- 2) Soit le point $D(0, 0, 2\sqrt{2})$
 - a – Montrer que les points A, B et D ne sont pas alignés.
 - b – Soit S la sphère de centre O et de rayon OC. Les points A, B et D sont-ils des points de S ?
- 3) Soit H le point du plan (ABD) défini par $\vec{AH} = \frac{4}{9} \vec{AB} + \frac{1}{9} \vec{AD}$.
 - a – Déterminer les coordonnées de H dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
 - b – Vérifier que (OH) est perpendiculaire au plan (ABD).
 - c – Déduire l'intersection de la sphère S avec le plan (ABD).

Exercice 2 : (5 points)

Une urne contient neuf jetons numérotés de 1 à 9. Tous les jetons sont indiscernables au toucher.

Une épreuve consiste à tirer au hasard et simultanément trois jetons de l'urne.

- 1) On considère les événements suivants :

A : « Obtenir trois jetons portant des numéros de même parité ».

B : « Au moins un des trois jetons tirés porte un numéro pair ».

 - a – Calculer la probabilité de l'événement A.
 - b – Montrer que la probabilité de l'événement B est égale à $\frac{37}{42}$
- 2) On désigne par X l'aléa numérique prenant pour valeur le nombre de jetons tirés portant un numéro pair.
 - a – Déterminer la loi de probabilité de X
 - b – Calculer l'espérance mathématique de X.
- 3) On répète l'épreuve précédente cinq fois de suite en remettant les trois jetons dans l'urne après chaque tirage.
Calculer la probabilité de l'événement suivant :
C : « B est réalisé au moins une fois ».

Problème : (10 points)

I – Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = e^{2x} - 2x$

- 1) Etudier les variations de la fonction g .
- 2) En déduire que pour tout réel x , on a : $g(x) \geq 1$.

II – On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e^{2x} - 2x^2$.

On désigne par (\mathcal{C}) la représentation graphique de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) a – Montrer que pour tout réel x on a : $f'(x) = 2g(x)$.
b – Dresser le tableau de variation de f .
- 2) Soit I le point de (\mathcal{C}) d'abscisse 0.
a – Montrer que I est un point d'inflexion de (\mathcal{C}) .
b – Déterminer une équation de la tangente (T) à (\mathcal{C}) au point I .
- 3) Soit φ la fonction définie sur \mathbb{R} par $\varphi(x) = f(x) - x$.
a – Montrer que, pour tout x de \mathbb{R} , $\varphi'(x) \geq 1$. En déduire les variations de φ .
b – Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une solution unique α et que α vérifie : $-1 < \alpha < 0$.
- 4) Soit (Δ) la droite d'équation $y = x$.
Etudier la position de (\mathcal{C}) par rapport à (Δ) .
- 5) a – Etudier les branches infinies de la courbe (\mathcal{C}) .
b – Tracer (Δ) , (T) et (\mathcal{C}) . (On prendra : $\alpha \simeq -0,65$)
- 6) a – Montrer que la fonction f est une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} .
b – Tracer dans le même repère la courbe (\mathcal{C}') représentative de la fonction réciproque de f .
- 7) On désigne par \mathcal{A} l'aire du domaine limité par la courbe (\mathcal{C}) , la droite (Δ) et les droites d'équations respectives $x = \alpha$ et $x = 0$.
a – Calculer \mathcal{A} .
b – Montrer que $\mathcal{A} = \frac{4\alpha^3 - 3\alpha^2 - 3\alpha + 3}{6}$