SESSION DE CONTRÔLE
REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION
ANCIEN REGIME
EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2008
SECTION : ECONOMIE ET GESTION
EPREUVE : MATHEMATIQUES DUREE : 3 h COEF. : 2

**EXERCICE N° 1 : ( 6 points )**

1) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + iz - 1 = 0$

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = -2i$ ; $b = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$ et $c = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

a – Donner la forme trigonométrique de chacun des nombres complexes a, b et c.

b – Placer dans le plan les points A, B et C .

c – Soit I le point d'affixe $-i$ . Calculer IA, IB et IC ; en déduire que A, B et C sont des points d'un cercle $\mathscr{C}$ de centre I .

**EXERCICE N°2 : ( 6 points )**

Soit $(U_n)$ la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = 1 + \dfrac{1}{3 - U_n} \end{cases}$$

1) Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, on a : $U_n < 2$.

2) a – Montrer que, pour tout entier naturel n, on a :

$$U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 2)^2}{3 - U_n}$$

b – En déduire que la suite $(U_n)$ est croissante .

3) Montrer que la suite $(U_n)$ est convergente et calculer sa limite.

4) On considère la suite $(V_n)$ définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \dfrac{1}{U_n - 2}$

a – Montrer que $(V_n)$ est une suite arithmétique de raison $r = -1$.

b – Exprimer $V_n$ en fonction de n et en déduire que : $U_n = \dfrac{2n+1}{n+1}$

c – Retrouver alors la limite de la suite $(U_n)$ .

**PROBLEME : ( 8 points )**

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x) = 1 + e^x(1 - x)$.

On désigne par ($\mathscr{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé ( O, $\vec{i}$, $\vec{j}$ ).

( unité 1 cm )

1) a – Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$

b – Montrer que $\lim_{x \to -\infty} f(x) = 1$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a – Vérifier que pour tout réel x on a : $f'(x) = -x e^x$

b – Dresser le tableau de variation de f.

3) Montrer que $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ . Interpréter graphiquement le résultat.

4) a – Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $[\,0, +\infty\,[$ une solution unique $\alpha$ comprise entre 1,2 et 1,3.

b – Montrer que $e^{\alpha} = \frac{1}{\alpha - 1}$ .

5) Tracer la courbe ($\mathscr{C}$).

6) Soit $I = \int_0^{\alpha} xe^x dx$

a – A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $I = 2$

b – On désigne par $\mathscr{A}$ la mesure en $cm^2$ de l'aire du domaine du plan limité par la courbe ($\mathscr{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$

Montrer que $\mathscr{A} = \frac{(\alpha - 2)^2}{\alpha - 1}\ cm^2$ .