REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION *** **EXAMEN DU BACCALAUREAT** *** **SESSION DE JUIN 2007**	**SESSION DE CONTROLE** **SECTION : SPORT** **EPREUVE : MATHEMATIQUES** **DUREE : 2 heures COEF. : 1**

EXERCICE 1 : (6 points)

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_o = 4 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3} u_n + 1 , n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

1) a- Calculer u_1 et u_2.

b- Montrer que la suite (u_n) n'est ni une suite arithmétique, ni une suite géométrique.

2) a- Montrer, par récurrence, que pour tout entier naturel n, on a $u_n > 3$.

b- Montrer que la suite (u_n) est décroissante .

c- En déduire que la suite (u_n) est convergente.

3) Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = u_n - 3$

a- Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{3}$ et donner son premier terme v_o.

b- Exprimer v_n en fonction de n.

c- En déduire que pour tout entier naturel n, on a $u_n = 3 + \left(\frac{2}{3}\right)^n$.

d- Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.

EXERCICE 2 : (6 points)

La répartition de 10 joueurs d'une équipe de basket ball selon le nombre de fautes commises au cours d'un match est donnée par le tableau suivant :

Nombre de fautes	0	1	2	3	4	5
Nombre de joueurs	2	2	1	3	1	1

1) Un joueur est choisi au hasard.

a- Vérifier que la probabilité, pour qu'un joueur ait commis 0 faute, est égale à $\frac{1}{5}$.

b- Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :

A : « le joueur a commis 5 fautes ».

B : « le joueur n'a pas été expulsé » (un joueur est expulsé lorsqu'il commet 5 fautes au cours d'un match).

C : « le joueur a commis au plus 3 fautes».

2) Soit X l'aléa numérique qui, parmi cinq joueurs choisis au hasard de cette équipe, fait correspondre le nombre de joueurs n'ayant commis aucune faute.

a- Vérifier que $p(X = 0) = \frac{14}{63}$.

b- Compléter alors le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{14}{63}$		

c- Calculer l'espérance mathématique de X et son écart type.

PROBLEME : (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \text{Log}\,(x^2 + 1)$.

$(\mathscr{C})$ désigne sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Montrer que la fonction f est paire.

b- Déterminer f(0) , f(1) et $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2) a- Calculer $f'(x)$; pour $x \geqslant 0$.

b- Dresser le tableau de variation de f sur $[0, +\infty[$.

c- En déduire le tableau de variation de f sur $\mathbb{R}$.

3) a- Montrer que pour tout $x > 0$, $f(x) = 2\,\text{Log}\,x + \text{Log}\,(1 + \frac{1}{x^2})$.

b- Montrer alors que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$; interpréter graphiquement cette limite.

4) Construire $(\mathscr{C})$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (On précisera la tangente à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0).

5) Soit g la restriction de f à $[0, +\infty[$.

a- Montrer que g est une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[0, +\infty[$.

b- Déterminer $g^{-1}(0)$ et $g^{-1}(\text{Log}\,2)$.

c- Construire dans le même repère que $(\mathscr{C})$, la courbe représentative $(\mathscr{C}')$ de g^{-1}.