

<b>RÉPUBLIQUE TUNISIENNE</b> <b>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION</b>	<b>EXAMEN DU BACCALAURÉAT</b>	Session principale	<b>2024</b>
	Épreuve : <b>Mathématiques</b>	Section : <b>Économie et Gestion</b>	
	Durée : <b>2h</b>	Coefficient de l'épreuve: <b>2</b>	

N° d'inscription

**Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.**  
**La page 4/4 est une annexe à rendre avec la copie.**

### Exercice 1 : (5 points)

Le tableau ci-dessous donne l'évolution du chiffre d'affaires, en milliers de dinars, d'une société entre les années 2014 et 2021.

Année	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020	2021
Rang $x_i$ de l'année	1	2	3	4	5	6	7	8
Chiffre d'affaires $y_i$ en milliers de dinars	4	5	8	12,5	18	27,5	40	55

#### 1) Ajustement affine

Dans le graphique de l'annexe ci-jointe, on a placé deux points du nuage de points  $M_i(x_i, y_i)$  et la droite  $(D)$  de régression de  $y$  en  $x$  de la série statistique  $(x_i, y_i)$  avec  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

- Compléter, dans le graphique de l'annexe, le nuage de points.
- A partir du graphique, donner le chiffre d'affaires en milliers de dinars de la société en 2023 selon cet ajustement.

#### 2) Ajustement non affine

Dans cette question on arrondira au centième les résultats des calculs.

On pose  $z_i = \ln(y_i)$ ,  $i \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ .

- Recopier et compléter le tableau suivant :

$x_i$	1	2	3	4	5	6	7	8
$z_i = \ln(y_i)$		1,61				3,31		

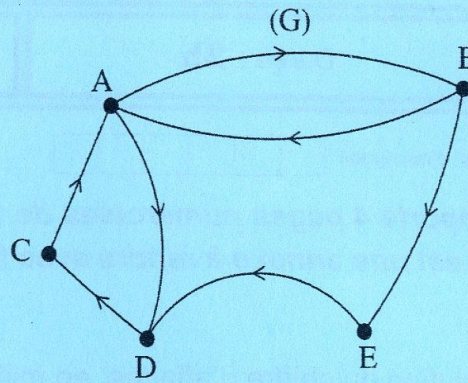
- En utilisant la méthode des moindres carrés, donner une équation de la droite  $(\Delta)$  de régression de  $z$  en  $x$ .
- En déduire que  $y = 2,53e^{0,39x}$ .
- Donner alors, à mille dinars près, le chiffre d'affaires de la société en 2023 selon cet ajustement.

#### 3) En 2023, le chiffre d'affaires de cette société était 100 mille dinars.

Lequel des deux ajustements est le plus pertinent ?

## Exercice 2 : (5 points)

On considère le graphe orienté (G) ci-dessous :



1) a) Recopier et compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E
$d^+$					
$d^-$					

b) Justifier que le graphe (G) n'admet pas un cycle orienté eulérien.

c) Montrer que (G) admet une chaîne orientée eulérienne puis donner un exemple.

2) Donner la matrice  $M$  associée au graphe (G).

(On range les sommets dans l'ordre A,B,C,D et E).

3) On donne les matrices :  $M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$  et  $M^4 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Combien y-a-t-il de chaînes orientées de longueur 3 arrivant au sommet B?

b) Combien y-a-t-il de chaînes orientées de longueur 7 allant de E à C? Citer ces chaînes.

## Exercice 3 : (5 points)

On considère les matrices  $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 2 \\ 170 & 85 & 215 \end{pmatrix}$  et  $B = \begin{pmatrix} -45 & 5 & 1 \\ 305 & -10 & -7 \\ -85 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

1) a) Calculer le déterminant de  $A$  et déduire que  $A$  est inversible.

b) Déterminer la matrice  $A \times B$  et déduire la matrice  $A^{-1}$  inverse de  $A$ .

2) Soit le système (S) : 
$$\begin{cases} 4x + 2y + 5z = 3640 \\ 3x + y + 2z = 1870 \\ 170x + 85y + 215z = 155700 \end{cases}$$

a) Donner l'écriture matricielle de  $(S)$ .

b) Résoudre alors, dans  $\mathbb{R}^3$ , le système  $(S)$ .

3) Un atelier de forgeron fabrique des pièces en acier de trois types différents  $(P_1)$ ,  $(P_2)$  et  $(P_3)$ .

- Une pièce du type  $(P_1)$  nécessite 8 kg d'acier, 3 kg de peinture et 8 heures 30 minutes de durée de travail.
- Une pièce du type  $(P_2)$  nécessite 4 kg d'acier, 1 kg de peinture et 4 heures 15 minutes de durée de travail.
- Une pièce du type  $(P_3)$  nécessite 10 kg d'acier, 2 kg de peinture et 10 heures 45 minutes de durée de travail.

Déterminer le nombre de pièces fabriquées de chaque type pendant 7785 heures de travail en utilisant 7280 kg d'acier et 1870 kg de peinture.

#### Exercice 4 : (5 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par  $f(x) = x + e^{1-x}$ .

- 1) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .
- 2) a) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $[0, +\infty[$  et que  $f'(x)$  est de même signe que  $(x-1)$  pour tout  $x \in [0, +\infty[$ .  
b) Dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 3) Une entreprise fabrique et vend des pièces mécaniques.

On suppose que :

- $f(x)$  représente le coût de fabrication en milliers de dinars de  $x$  centaines de pièces.
- Un lot de 100 pièces se vend à 2000 dinars.

On désigne par  $g(x)$  le gain algébrique en milliers de dinars réalisé par la vente de  $x$  centaines de pièces.

- a) Montrer que pour tout  $x \in [0, +\infty[$ ,  $g(x) = x - e^{1-x}$ .
- b) Vérifier que pour tout  $x \in [0, +\infty[$ ,  $g(x) = (x-1) + f'(x)$ .
- c) En déduire le signe de  $g$  sur  $[0, +\infty[$ .
- d) Sachant que les pièces fabriquées seront toutes vendues, quel est le nombre minimal de pièces que l'entreprise doit fabriquer pour réaliser un bénéfice ?

Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....

Nom et Prénom : .....

Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants

.....

.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Économie et Gestion  
Session principale (2024)  
Annexe à rendre avec la copie

