

RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	Session de contrôle
	Épreuve : Mathématiques	Section : Sciences Techniques
	Durée : 3h	Coefficient de l'épreuve: 3

N° d'inscription

--	--	--	--	--	--

* * * * *

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. **La page 4/4 est à rendre avec la copie**

Exercice1: (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.

Aucune justification n'est demandée.

1) Une primitive F sur $]1, +\infty[$ de la fonction f définie par $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$ est :

- a) $F: x \mapsto \ln(\ln x)$ b) $F: x \mapsto \ln x$ c) $F: x \mapsto \frac{1}{\ln x}$

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1-x^2)}{x}$ est égale à

- a) -1 b) 0 c) 1

3) La fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = e + \frac{1}{3}$ est la dérivée de la fonction :

- a) $F: x \mapsto e^x + \frac{1}{3}x$ b) $F: x \mapsto e^x + \ln 3$ c) $F: x \mapsto \left(e + \frac{1}{3}\right)x$

4) Pour tout réel strictement positif x, le réel $e^{\ln(x^2)} + e^{-\ln x}$ est égal à

- a) $x^2 + \frac{1}{x}$ b) x c) $x^2 - x$

Exercice2 : (6 points)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = ax + b - \frac{4e^x}{e^x + 3}$ avec a et b deux réels.

Dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) , la courbe représentative (C) de la fonction f admet au point **A(ln3, ln3)** une tangente horizontale.

1)a) Vérifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et montrer que pour tout réel x on a :

$$f'(x) = a - \frac{12e^x}{(e^x + 3)^2}.$$

b) Déterminer les valeurs des réels a et b.

c) Vérifier que pour tout réel x on a : $f(x) = x - 2 + \frac{12}{e^x + 3}$.

2)a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x+2)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x-2)$ puis interpréter graphiquement le résultat obtenu.



3)a) Montrer pour tout réel x on a : $f'(x) = \left(\frac{e^x - 3}{e^x + 3} \right)^2$.

b) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur \mathbb{R} .

dans la suite On notera la fonction réciproque de f par f^{-1}

c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans \mathbb{R} une unique solution α et

que $\alpha \in]-1,8 ; -1,7[$.

4) Dans la **figure 1** de l'annexe ci-jointe, on a placé dans le repère (O, \vec{i}, \vec{j}) le point $A(\ln 3, \ln 3)$

et on a construit les droites D et D' d'équations respectives $y = x + 2$ et $y = x - 2$.

a) Construire (C) et la courbe représentative (C') de f^{-1} .

b) Montrer que l'aire A en unités d'aire, de la partie du plan limitée par (C') , l'axe des

abscisses et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$ est : $A = 4 \ln \left(\frac{3}{2 - \alpha} \right) - \frac{\alpha^2}{2} - 2\alpha$.

Exercice 3 : (5 points)

I) On considère dans \mathbb{C} l'équation complexe suivante (E) : $z^2 - (4e^{i\frac{\pi}{4}} + 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}})z + 4\sqrt{2} - 2i = 0$

1) Vérifier que $(4e^{i\frac{\pi}{4}} + 2\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}})^2 = 16\sqrt{2} + 8i$

2) Résoudre l'équation (E) et écrire les solutions sous forme cartésienne.

II) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$z_A = 1 - i$, $z_B = 1 + 2\sqrt{2} + i(2\sqrt{2} - 1)$, $z_C = 2 + i(2\sqrt{2} - 1)$ et $z_D = 1 + 2\sqrt{2} - 2i$.

Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe on a placé le point A et on a construit le cercle (C) de centre A et de rayon 4

1)a) Montrer que le point B appartient au cercle (C)

b) Montrer que $\frac{z_B - z_A}{z_A}$ est imaginaire pur.

c) Construire le point B puis les points C et D

2)a) Montrer que $\frac{z_D - z_C}{z_B} = -i$

b) La droite (CD) coupe la droite (O, \vec{u}) en un point I

Montrer que la droite (BI) est perpendiculaire à la droite (OD)



Exercice 4: (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(0,0,1)$; $B(1,0,-1)$; $C(1,1,1)$.

1) Montrer que les points A,B et C déterminent un plan P.

2) Soit le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ où a,b et c sont des réels tel que $c \neq 0$.

a) Montrer que \vec{n} est un vecteur normal à P si et seulement si $\begin{cases} a = 2c \\ b = -2c \end{cases}$.

b) Montrer qu'une équation de P est : $2x - 2y + z - 1 = 0$.

c) Vérifier que O n'appartient pas à P.

3) Soient I le milieu du segment [OB] et G le centre de gravité du triangle OAC.

a) Déterminer les coordonnées des points I et G.

b) Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IG) est $\begin{cases} x = \frac{1}{2} - \alpha \\ y = 2\alpha \\ z = -\frac{1}{2} + 7\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$.

c) Montrer que la droite (IG) coupe le plan P en un point D dont on déterminera les coordonnées.

d) Montrer que ABCD est un parallélogramme.



Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants

.....

.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques
Session de contrôle (2021)
Annexe à rendre avec la copie

Figure1

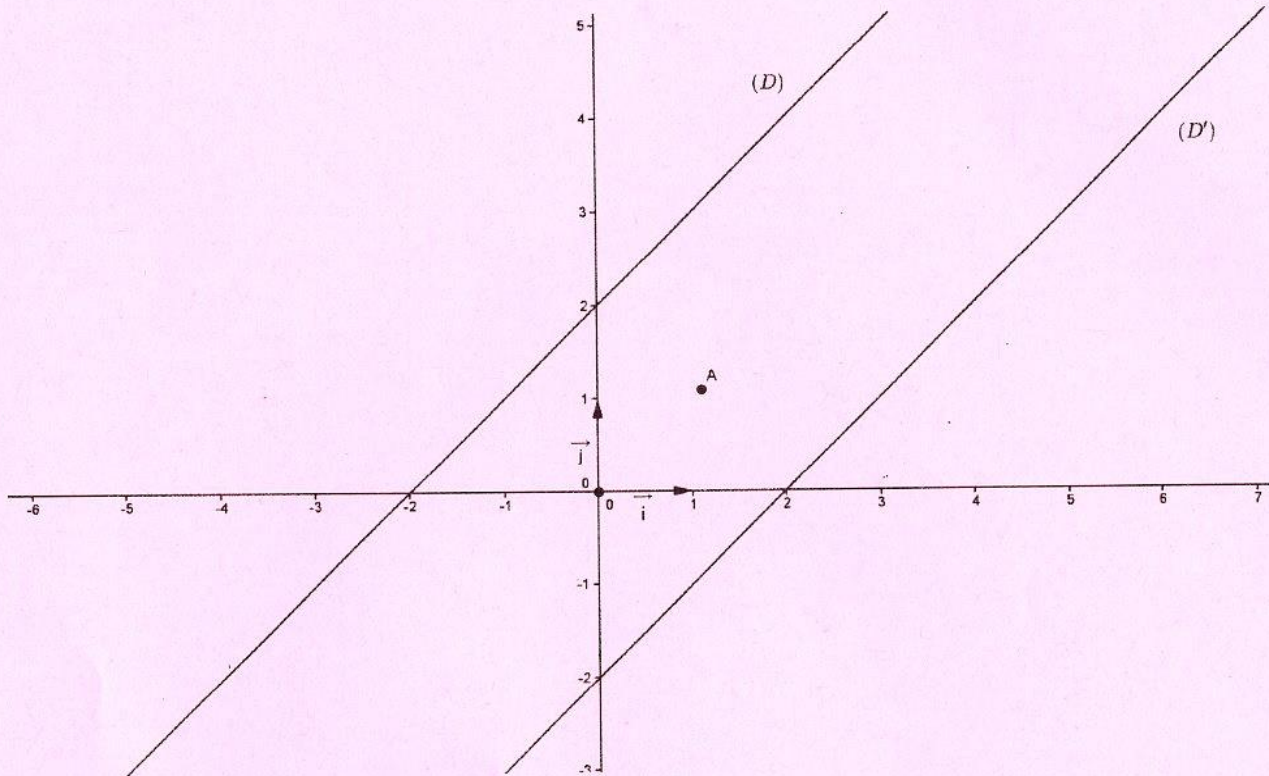


Figure 2

