| RÉPUBLIQUE TUNISIENNE<br>MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION<br>EXAMEN DU BACCALAURÉAT<br>SESSION 2020 | Session de contrôle | |
|---|---|---|
| | Épreuve : **Mathématiques** | Section : **Sciences de l'informatique** |
| | Durée : **3h** | Coefficient de l'épreuve: **3** |

ঝঝঝঝঝঝ

Le sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5 **( les pages 4/5 et 5/5 sont à rendre avec la copie)**

**Exercice 1 : (5 points)**

1) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E): z^2-(1+i)z-4i=0$.

   a) Vérifier que $(3+3i)^2=18i$.

   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E)$.

2) On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E'): z^3-(1+5i)z^2-4z-16=0$.

   a) Vérifier que pour tout $z\in\mathbb{C}$, $z^3-(1+5i)z^2-4z-16=(z-4i)\left[z^2-(1+i)z-4i\right]$.

   b) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $(E')$.

3) Dans le plan complexe, muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives $z_A=2+2i$, $z_B=4i$ et $z_C=-1-i$.

   a) Placer les points A, B et C.

   b) Calculer $(z_B-z_A)\left(\overline{z_C-z_A}\right)$.

   c) En déduire que les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires.

   d) Déterminer l'affixe du point D pour que le quadrilatère ABDC soit un rectangle.

**Exercice 2 : (4 points)**

Le tableau suivant donne le chiffre d'affaire mondial de Microsoft de l'année 2012 à l'année 2019 en milliards de dollars :

| **Année** | 2012 | 2013 | 2014 | 2015 | 2016 | 2017 | 2018 | 2019 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Rang de l'année** $(x_i)$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| **Chiffre d'affaire (en milliards de dollars)** $(y_i)$ | 73,7 | 77,9 | 86,8 | 93,6 | 85,3 | 90 | 110,4 | 125 |

( Source : Microsoft corporation)

1) a) Représenter, dans la **figure 1** de l'annexe ci-jointe, le nuage de points de la série statistique double $(x,y)$, où $x=(x_i)_{1\le i\le 8}$ et $y=(y_i)_{1\le i\le 8}$.

b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série $(x,y)$.

c) Peut-on envisager un ajustement affine de la série $(x,y)$? Justifier votre réponse.

**Dans la suite de l'exercice, les valeurs seront arrondies à $10^{-1}$ près.**

2) a) Donner une équation de la droite de régression de y en x.

b) A partir de la droite de régression de y en x, donner une estimation du chiffre d'affaire mondial de Microsoft pour l'année 2020.

**Exercice 3 : (5 points)**

1) On considère dans $\mathbb{Z}$, l'équation $(E_1): 3x \equiv 5[8]$.

a) Vérifier que 15 est une solution de l'équation $(E_1)$.

b) Montrer que si x est une solution de l'équation $(E_1)$ alors $9x \equiv 7[8]$.

c) En déduire que si x est une solution de l'équation $(E_1)$ alors $x \equiv 7[8]$.

2) a) Montrer que si $x \equiv 7[8]$ alors x est une solution de l'équation $(E_1)$.

b) Déduire l'ensemble des solutions de l'équation $(E_1)$.

3) On considère dans $\mathbb{Z}$, l'équation $(E_2): 3x \equiv 6[8]$.

a) Montrer que x est une solution de l'équation $(E_2)$ si et seulement si $3(x-3) \equiv 5[8]$.

b) Déduire alors l'ensemble des solutions de l'équation $(E_2)$.

**Exercice 4 : (6 points)**

I) Soit g la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $g(x) = 2x - 2 - 2\ln x$.

1) Montrer que pour tout $x \in ]0,+\infty[$, $g'(x) = \dfrac{2x-2}{x}$.

2) Etudier le sens de variation de g et déduire que pour tout $x \in ]0,+\infty[$, $g(x) \geq 0$.

II) Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x\ln x, & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0. \end{cases}$

On désigne par (C ) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Etudier la dérivabilité de f à droite en 0 et interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Montrer que pour tout $x \in ]0,+\infty[$, $f'(x) = g(x)$ puis dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que $A(1,1)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C ).

c) Déterminer une équation de la tangente T à la courbe (C ) au point A.

3) Dans la **figure 2** de l'annexe ci-jointe, on a tracé la droite $\Delta : y = x$ et la courbe $(\Gamma)$ de la fonction h définie sur $[0,+\infty[$ par $h(x) = f(x) - x$.

La courbe $(\Gamma)$ coupe l'axe des abscisses aux points d'abscisses 0, 1 et $\alpha$.

On a aussi placé les points $A(1,1)$ et $B(\alpha,\alpha)$.

a) Justifier que B est un point de la courbe (C ).

b) Déterminer graphiquement le signe de $h(x)$ sur $[0,+\infty[$ et en déduire la position relative de (C ) et $\Delta$.

c) Tracer la droite T et la courbe (C ).

4) a) Montrer que la fonction H définie sur $]0,+\infty[$ par $H(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 \ln x$ est une primitive de h sur $]0,+\infty[$.

b) Soit $A_\alpha$ l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan limitée par la courbe (C ), la droite $\Delta$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = \alpha$.

Déterminer $A_\alpha$.

Section : ................... N° d'inscription : ............... Série : .......

Nom et Prénom : ..........................................................

Date et lieu de naissance : ..........................................

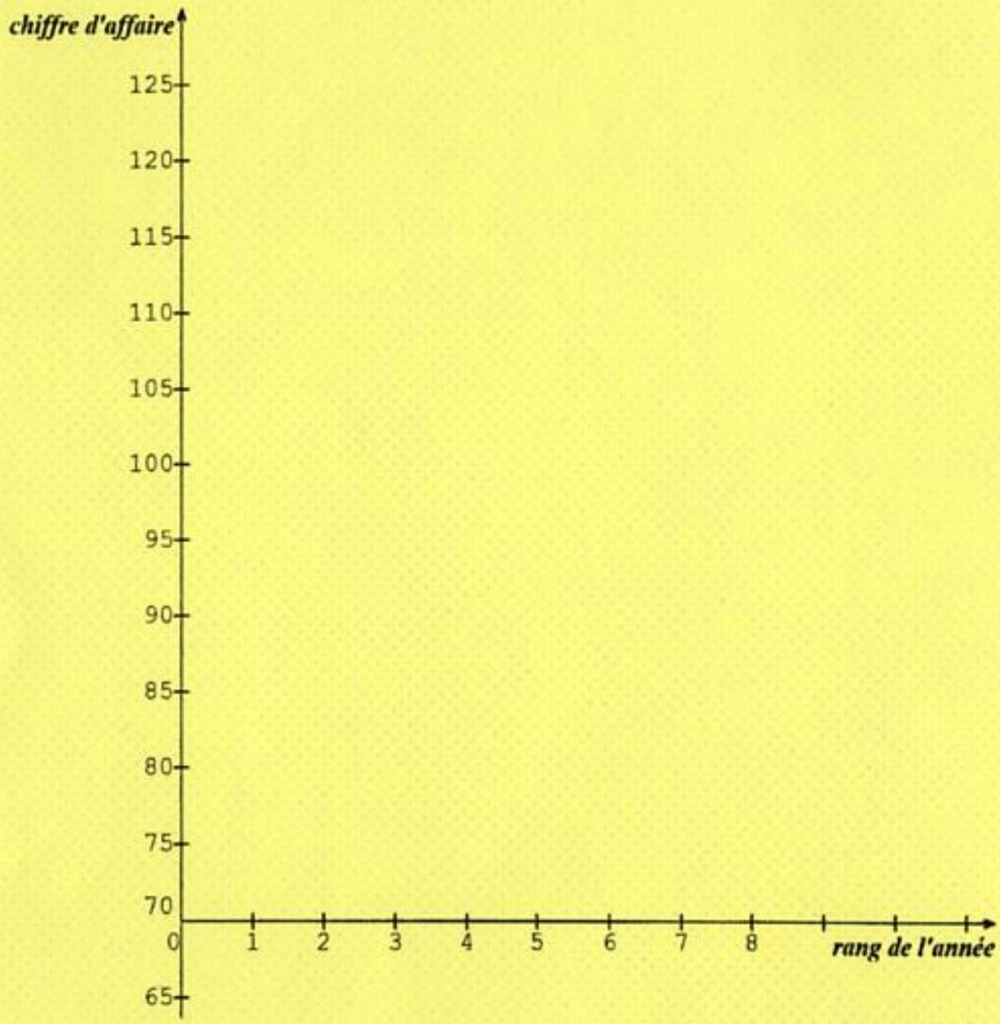
Signatures des surveillants

.............................

.............................

# Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences de l'informatique
## Session de contrôle (2020)
## Annexes à rendre avec la copie

**figure 1**



**Ne rien écrire ici**

**figure 2**