


RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2019	<b>Session principale</b>	
	Épreuve : <b>Mathématiques</b>	Section : <b>Sciences Techniques</b>
	 Durée : <b>3h</b>	Coefficient de l'épreuve: <b>3</b>



*Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. La page 4/4 est à rendre avec la copie.*

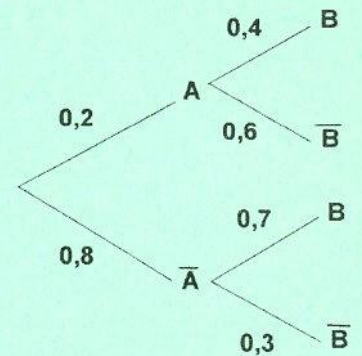
**Exercice 1 (4 points)**

*Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée. Une réponse correcte vaut 1 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.*

I) Soit  $\Omega$  un univers fini,  $\mathcal{P}(\Omega)$  l'ensemble des parties de  $\Omega$  et  $p$  une probabilité sur  $\mathcal{P}(\Omega)$ .

Soit  $A$  et  $B$  deux évènements.

On considère l'arbre de probabilité ci-contre:



- 1) Dans cet arbre, le réel 0,4 désigne :
  - a)  $p(B)$
  - b)  $p(B \setminus A)$
  - c)  $p(B \cap A)$
- 2)  $p(\bar{B})$  est égale à :
  - a) 0,9
  - b) 0,18
  - c) 0,36

II) 1) Soit la suite  $(u_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par  $u_n = ne^{-n+1}$ .

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  est égale à :
- a) 0
  - b)  $+\infty$
  - c)  $e$

2) Soit  $x$  est un réel et  $(v_n)$  la suite définie sur  $\mathbb{N}^*$  par  $v_n = \left(\frac{-x}{2}\right)^n$ .

- $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 0$  si :
- a)  $x > 2$
  - b)  $-2 < x < 2$
  - c)  $x < -2$

**Exercice 2 (5 points)**

1) Soit, dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E):  $z^2 - (1 + i\sqrt{3})(1 - i)z + 2\sqrt{3} = 0$ .

- a) Vérifier que  $(1 - i)$  est une solution de l'équation (E).
- b) Dédire l'autre solution de l'équation (E).

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les

points  $A, B$  et  $C$  d'affixes respectives  $z_A = 1 - i$ ,  $z_B = \sqrt{3} + i\sqrt{3}$  et  $z_C = 2\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}$ .

- a) Donner la forme exponentielle de chacun des nombres complexes  $z_A$  et  $(1 + i\sqrt{3})$ .
- b) Vérifier que  $z_B = (i\sqrt{3})z_A$ .
- c) Dédire que  $z_A + z_B = z_C$ .
- d) Montrer que le quadrilatère OACB est un rectangle.
- e) Dans la **figure 1** de l'annexe on a placé le point B. Placer le point A et construire le point C.
- 3) Soit I le centre du rectangle OACB et G le centre de gravité du triangle OAI.
- a) Montrer que  $z_G = \frac{1}{3}(z_I + z_A)$ .
- b) Montrer que  $z_G = \frac{\sqrt{3}}{6}(\sqrt{3} + i)z_A$ .
- c) Dédire la forme exponentielle de  $z_G$ .

### Exercice 3 ( 5 points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , on considère les points

$$A(2, -2, 2), B(2, 0, 0) \text{ et } C\left(\frac{6}{5}, 0, \frac{2}{5}\right).$$

- 1) a) Montrer que ABC est un triangle rectangle en C.
- b) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (ABC) est :  $x + 2y + 2z - 2 = 0$
- 2) Soit  $\Delta$  la droite perpendiculaire au plan (ABC) en A.
- a) Déterminer un système d'équations paramétriques de la droite  $\Delta$ .
- b) On considère le plan P dont une équation cartésienne est :  $4x + 8y - z - 8 = 0$ .
- Montrer que la droite  $\Delta$  coupe le plan P au point  $I(3, 0, 4)$ .
- c) Soit S la sphère tangente au plan (ABC) en A et dont le centre appartient au plan P.
- Montrer que la sphère S a pour centre le point I puis calculer son rayon R.
- 3) a) Montrer que le triangle CIB est rectangle en C.
- b) Soit J le milieu du segment [IB].
- Montrer que les points I, B, A et C appartiennent à la sphère S' de centre J et de rayon  $\frac{IB}{2}$ .
- c) Montrer que la sphère S' coupe le plan (ABC) suivant le cercle de diamètre [AB].

#### **Exercice 4 (6 points)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = e^{-x+1} - e^{x-3}$ . On note  $(C)$  sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

Dans la **figure 2** de l'annexe on a tracé la courbe  $(C')$  de la fonction  $f'$ , dérivé de  $f$ , qui admet une seule tangente horizontale celle au point de coordonnées  $(2, -2e^{-1})$ .

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter les résultats.  
b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter les résultats.
- 2) a) Déterminer  $f'(x)$  pour  $x \in \mathbb{R}$ .  
b) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .  
c) Calculer  $f(2)$  et déduire le signe de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
- 3) a) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a  $f''(x) = f(x)$ .  
b) Déduire que le point  $I(2, 0)$  est un point d'inflexion de la courbe  $(C)$ .  
c) Montrer que la tangente  $T$  à la courbe  $(C)$  au point  $I$  a pour équation cartésienne  $y = -2e^{-1}x + 4e^{-1}$  et vérifier que le point de coordonnée  $(3, -2e^{-1})$  est un point de  $T$ .
- 4) a) Montrer que la courbe  $(C)$  est au dessus de la courbe  $(C')$   
b) Tracer la droite  $T$  et la courbe  $(C)$ .
- 5) Soit  $\lambda$  un réel strictement positif. On désigne par  $A_\lambda$  l'aire, en u.a, de la partie du plan limitée par les courbes  $(C)$  et  $(C')$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = \lambda$ .  
a) Calculer  $A_\lambda$ .  
b) Déterminer alors  $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda$ .

Section : ..... N° d'inscription : ..... Série : .....  
Nom et Prénom : .....  
Date et lieu de naissance : .....

Signatures des surveillants  
.....  
.....



Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences Techniques - Session principale (2019)  
**Annexe à rendre avec la copie**

Figure 1

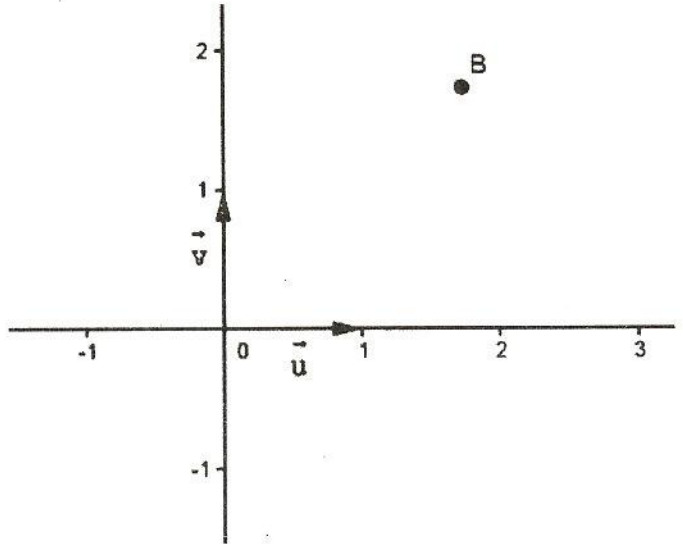


Figure 2

