Corrigé sujet Math Bac sport session Principale 2019

EXERCICE 1

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ *par* $f(x) = ln(ex)$

1°/ a) $*f(1)= ln(e)=1$

$$* f(e) = ln(e^2) = 2.ln(e) = 2$$

b) $Ln(e.x) = 0$ *équivaut à* $Ln(e.x) = Ln(1)$

équivaut à $e.x = 1$ *équivaut à* $x = \frac{1}{e}$

c) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} ln(e.x) = -\infty$

$$\lim_{x\to +\infty} f(x) = \lim_{x\to +\infty} ln(ex) = +\infty$$

2°/ a) f est dérivable sur $]0,+\infty[$ *et pour tout* $x \in]0,-\infty[$, $f'(x) = \frac{e}{e.x} = \frac{1}{x}$

b) pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) > 0$

x	0		$+\infty$
f'(x)			
f	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$

c) La tangente T à C_f *ou point A d'abscisse 1 est* $T: y = f'(1)(x-1) + f(1)$

D'ou $T: y = x$

3°/ a) f continue est strictement croissante sur $]0,+\infty[$ *d où f admet une fonction réciproque définie sur* $f(]0,+\infty[) = IR$

b) $f^{-1}(0) = a$ *équivaut à* $f(a) = 0 \Leftrightarrow a = \frac{1}{e}$ *d'ou* $f^{-1}(0) = \frac{1}{e}$

$f^{-1}(2) = b$ *équivaut à* $f(b) = 2 \Leftrightarrow b = e$ *d'ou* $f^{-1}(2) = e$

4°/ $F(x) = xln(ex) - x$, *pour tout* $x \in]0,+\infty[$

F dérivable sur $]0,+\infty[$ *et pour tout* $x \in]0,+\infty[$, $F'(x) = ln(ex) + x.\frac{1}{x} - 1$

$$= ln(ex) = f(x)$$

d'où F est une primitive de f

a) $S = \int_{\frac{1}{e}}^{1} |f(x)|dx = \int_{\frac{1}{e}}^{1} f(x)dx = [F(x)]_{\frac{1}{e}}^{1} = F(1) - F\left(\frac{1}{e}\right)$

$$= \left((ln(e) - 1) - \left(\frac{1}{e}.ln1 - \frac{1}{e}\right)\right) = \frac{1}{e} \text{ (u.a)}$$

EXERCICE N° 2

1°/ a) $Card(E) = C_{12}^{3}=220$

b) $p(A) = \frac{Card(A)}{Card(E)} = \frac{C_5^3}{C_{12}^3} = \frac{10}{220} = \frac{1}{22}$

$\overline{B}$: ≪ *aucun de jetons tiré est rouge* ≫

$\overline{B} = A$ *d'ou* $p(B) = 1 - p(A)$ *alors* $p(B) = 1 - \frac{1}{22} = \frac{21}{22}$

2°/ a) $p(X=3) = p(A) = \frac{1}{22}$

b)

X_i	0	1	2	3
$P(X= X_i)$	$\frac{7}{44}$	$\frac{21}{44}$	$\frac{14}{44}$	$\frac{2}{44}$

c) $E(X) = 0\times p(X=0) + 1\times p(X=1) + 2\times p(X=2) + 3\times p(X=3) = \frac{55}{44}$

EXERCICE N° 3

1°/ a) Le jouer est payé 300M.D en 2018 ,

U_0 *désigne la somme reçue en 2018 alors* $U_0=300$

d'une année à l'autre le jouer reçoit une prime fixe de 60M.D et 90% de la somme reçue l'année précédente. U_n *désigne la somme reçue après n année à partir de 2018 alors* $U_1 = 60 + \frac{9}{10} \times U_0 = 330$

b) $U_2 = 60 + \frac{9}{10} \times U_1 = 357$

2°/ U_n *désigne la somme reçue après n année après 2018*

U_{n+1} *désigne la somme reçue après n+1 année de 2018*

Alors $U_{n+1} = 60 + \frac{9}{10} \times U_n$ *pour tout entier naturel*

3°/ Soit (V_n) *la suite définie par* $V_n= U_n-600$

a) $V_n= U_n-600 = 60 + \frac{9}{10} \times U_n - 600 = \frac{9}{10} \times U_n - 540 = \frac{9}{10}(U_n - 600)$

donc $V_{n+1} = \frac{9}{10} V_n$ *alors* (V_n) *est une suite géométrique de raison* $\frac{9}{10}$

et de premier terme $V_0 = U_0-600 = 300-600 = -300$

b) Comme (V_n) *est une suite géométrique de raison* $\frac{9}{10}$ *et de 1^er terme* $V_0 = -300$

alors $V_n= -300.(\frac{9}{10})^n$ *Et comme* $V_n= U_n-600$ *alors* $U_n = V_n + 600$

Donc $U_n = 600 - 300.(\frac{9}{10})^n$ *pour tout entier naturel n*

4°/ a) Puisque la somme reçue $U_n = 600 - 300.(\frac{9}{10})^n$ *et* $300.(\frac{9}{10})^n > 0$

alors $U_n < 600$

par suite le joueur ne pourra jamais recevoir une somme supérieure ou égale 600M.D

b) $U_n \geq 450$ *équivaut à* $600 - 300.(\frac{9}{10})^n \geq 450$

équivaut à $300.(\frac{9}{10})^n \leq 150$

équivaut à $300.(\frac{9}{10})^n \leq \frac{1}{2}$

équivaut à $.(\frac{9}{10})^n \leq \frac{1}{2}$

équivaut à $.(\frac{9}{10})^n \leq \frac{1}{2}$

équivaut à $n \geq \frac{Ln(0,5)}{Ln9 - Ln10} \approx 6,58$

Après 5 ans le joueur recevra une somme supérieure ou égale à 450 M.D

D'ou à partir 2023 le joueur recevra une somme supérieure ou égale à 450 M.D