Correction de l'épreuve de mathématiques (bac Sport)
Session de contrôle 2018

Exercice n°1 : (7 points)

1) a/ $a_1 = 300$, c'est le premier abonnement annuel.

$a_2 = 90\% \times 300 + 20 = 270 + 20 = 290$

$a_3 = 90\% \times 290 + 20 = 270 + 20 = 281$

b/ $a_2 - a_1 = 290 - 300 = -10$ et $a_3 - a_2 = 281 - 290 = -9$

$a_2 - a_1 \neq a_3 - a_2$ donc (a_n) n'est pas une suite arithmétique.

$\dfrac{a_2}{a_1} = \dfrac{290}{300} = \dfrac{29}{30}$ et $\dfrac{a_3}{a_2} = \dfrac{281}{290}$

$\dfrac{a_2}{a_1} \neq \dfrac{a_3}{a_2}$ donc (a_n) n'est pas une suite géométrique.

2) $a_{n+1} = 90\% \times a_n + 20 = 0,9 \times a_n + 20$.

3) a/ $\mathrm{U}_{n+1} = a_{n+1} - 200 = 0,9 \times a_n + 20 - 200 = 0,9 \times (\mathrm{U}_n + 200) + 20 - 200 = 0,9\mathrm{U}_n$

donc (U_n) est une suite géométrique de raison $0,9$ et de premier terme $\mathrm{U}_1 = a_1 - 200 = 300 - 200 = 100$

b/ $\mathrm{U}_n = 0,9^{n-1}\mathrm{U}_1 = 100 \times 0,9^{n-1}$

c/ $a_n = \mathrm{U}_n + 200 = 100 \times 0,9^{n-1} + 200$

4) $a_n \leq 250 \Leftrightarrow 100 \times 0,9^{n-1} + 200 \leq 250 \Leftrightarrow 100 \times 0,9^{n-1} \leq 50 \Leftrightarrow 0,9^{n-1} \leq 0,5 \Leftrightarrow (n-1)\ln 0,9 \leq \ln 0,5$

$\Leftrightarrow n - 1 \geq \dfrac{\ln 0,5}{\ln 0,9} \Leftrightarrow n \geq 1 + \dfrac{\ln 0,5}{\ln 0,9} \Leftrightarrow n \geq 7,57...$

N=2011+8=2019 c'est l'année à partir de laquelle le montant sera inférieur à 250 dinars.

Exercice n°2 :(6 points)

1) $\mathrm{p(A)} = \frac{\mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_5^2} = \frac{3}{10} = 0,3$

$$B = \bar{A} \text{ donc } \mathrm{p(B)} = 1 - \mathrm{p(A)} = 1 - 0,3 = 0,7$$

$$\mathrm{p(C)} = \frac{1\mathrm{x}2 + \mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_5^2} = \frac{5}{10} = 0,2$$

2) a/ Il suffit de faire le raisonnement sur le nombre N, des boules blanche tirées, la valeur maximale de N est 2 (pour deux boules blanches tirées), dans ce cas X=3, sinon, X=2 pour une seule boule blanche tirée, car une deuxième couleur est tirée, et X=1 si on tire aucune boule blanche, puisque, seule la couleur blanche reste.

b/ $\mathrm{p(X = 2)} = \frac{\mathrm{C}_3^1\mathrm{x}\mathrm{C}_2^1}{\mathrm{C}_5^2} = \frac{6}{10}$

c/ $\mathrm{p(X = 1)} = \frac{\mathrm{C}_1^1\mathrm{x}\mathrm{C}_1^1}{\mathrm{C}_5^2} = \frac{1}{10}$ et $\mathrm{p(X = 3)} = \frac{\mathrm{C}_3^2}{\mathrm{C}_5^2} = \frac{3}{10}$ et on a $\mathrm{p(X = 2)} = \frac{6}{10}$

d/ E(X)= 1xp(X=1)+2xp(X=2) + 3xp(X=3)=$\frac{1}{10}+\frac{12}{10}+\frac{9}{10}=2,2$

V(X)=1²xp(X=1)+2²xp(X=2)+3²xp(X=3) =$\frac{1}{10}+\frac{24}{10}+\frac{27}{10}=5,2$

Exercice n°3 :(7 points)

1) a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \text{f} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-2x+1}=0$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \text{f} = \lim\limits_{x\to+\infty} e^{-2x+1}=+\infty$

b) $\text{f}'(\text{x})=-2e^{-2x+1}$

c)

x	-∞ +∞
f '(x)	–
f(x)	+∞ ↘ -∞

2) a) D(1,e) et B(0,e)

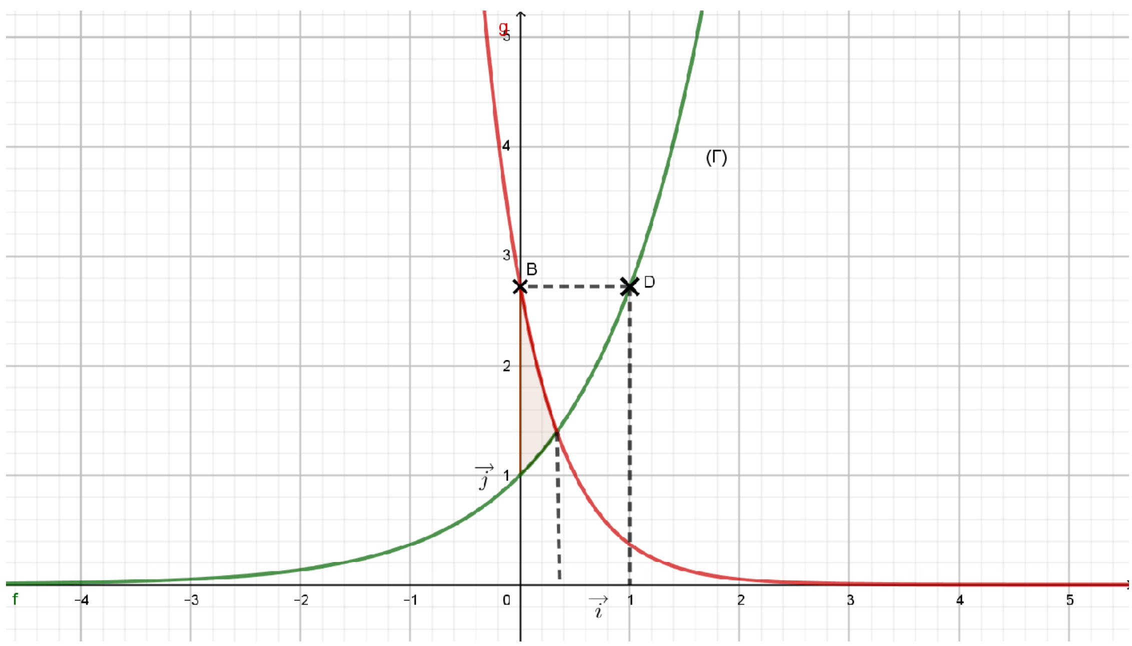
b) $\text{f}(0)=e^{-2\times0+1}=e^{1}=e$ donc B est un point de (C)

c) $e^{-2x+1}=e^{x} \Leftrightarrow -2x+1=x \Leftrightarrow 3x=1 \Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$ donc $S_{\mathbb{R}}=\left\{\frac{1}{3}\right\}$

d) $M(x,y)\in(C)\cap(\Gamma) \Leftrightarrow \begin{cases} y=e^{-2x+1} \\ y=e^{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{-2x+1}=e^{x} \\ y=e^{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=e^{x} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3} \\ y=e^{\frac{1}{3}} \end{cases}$ donc $M(\frac{1}{3},e^{\frac{1}{3}})$

est le point d'intersection de (C)et (Γ).

3) a)



b) soit A l'aire en question :

$$A=\int_0^{\frac{1}{3}}(e^{-2x+1}-e^{x})dx=\left[-\frac{1}{2}e^{-2x+1}-e^{x}\right]_0^{\frac{1}{3}}=-\frac{1}{2}e^{-2\frac{1}{3}+1}-e^{\frac{1}{3}}+\left(\frac{1}{2}e^{-2\times0+1}+e^{0}\right)=\frac{1}{2}\left(2+e-3e^{\frac{1}{3}}\right)$$