REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●●	***Session de contrôle***	
	Epreuve : **Mathématiques**	Section : ***Sciences expérimentales***
EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION **2018**	Durée : **3h** ◆	Coefficient de l'épreuve: **3**

Le sujet comporte 5 pages. Les pages 4/5 et 5/5 sont à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On considère les points $A(1,1,1)$, $B(0,4,0)$, $C(0,0,2)$ et $I(-1,1,-1)$.

1/ a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$.

b) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre ABCI.

2/ On désigne par P le plan (ABC).

Montrer qu'une équation cartésienne de P est $x+y+2z-4=0$.

3/ Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tel que

$x^2+y^2+z^2+2x-2y+2z-8=0$.

a) Montrer que (S) est la sphère de centre I est de rayon $\sqrt{11}$.

b) Montrer que $P\cap(S)$ est un cercle $(\mathscr{C})$ de rayon $\sqrt{5}$.

c) Vérifier que le segment $[BC]$ est un diamètre du cercle $(\mathscr{C})$.

En déduire les coordonnées du point H, centre de $(\mathscr{C})$.

4/ Soit a un réel et M le point défini par $\overrightarrow{AM}=a\overrightarrow{AB}$.

a) Déterminer à l'aide du réel a, les coordonnées du point M.

b) Montrer que $\overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{CM}=(a-1)(11a+3)$.

c) En déduire que la droite (AB) recoupe le cercle $(\mathscr{C})$ au point E défini par $\overrightarrow{AE}=\dfrac{-3}{11}\overrightarrow{AB}$.

d) Montrer que le volume $\mathcal{V}'$ du tétraèdre AECI est égal à $\dfrac{3}{11}\mathcal{V}$.

Exercice 2 (4.5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

Dans **la figure 1** de l'annexe ci-jointe, (C) et (C') sont deux cercles de même centre O et de rayons respectifs $\sqrt{3}$ et 3.

I) 1/On considère le point P d'affixe $p=\sqrt{2}+i$.

a) Vérifier que le point P appartient à (C).

b) Construire le point P.

c) On désigne par α un argument du nombre p. Donner l'écriture exponentielle de p.

2/Soit Q le point du cercle (C') tel que $\left(\overrightarrow{OP},\overrightarrow{OQ}\right)\equiv\alpha[2\pi]$. On note q l'affixe du point Q .

a) Donner une mesure de l'angle orienté $\left(\vec{u},\overrightarrow{OQ}\right)$.

b) Ecrire le nombre complexe q sous forme exponentielle.

c) En déduire que $p^2=q$ puis que $q=1+2\sqrt{2}\,i$.

II) On considère dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, les équations

$(E): 16z^2-8z+9=0$ et $(E'): 16z^4-8z^2+9=0$.

1/ a) Montrer que les solutions de l'équation (E) sont les nombres $\frac{q}{4}$ et $\frac{\overline{q}}{4}$.

b) En déduire les solutions de l'équation (E').

2/ a) Construire dans l'annexe les points images des solutions de l'équation (E').

b) Montrer que ces points sont les sommets d'un rectangle.

Exercice 3 (6.5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+1)^2-xe^x$. On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthogonal $(O,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1/ a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement.

b) Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement.

2/ a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=(x+1)\left(2-e^x\right)$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3/ Dans **la figure 2** de l'annexe ci-jointe, on a tracé dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$, la courbe représentative (Γ) de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=e^x$ et la droite Δ d'équation $y=x+1$.

a) Montrer que la droite Δ est une tangente commune à (C_f) et (Γ) au point d'abscisse 0.

b) Justifier que pour tout réel x, $e^x-(x+1)\geq 0$.

4/ a) Vérifier que pour tout réel x, $e^x-f(x)=(x+1)\left(e^x-x-1\right)$.

b) Vérifier que pour tout réel x, $(x+1)-f(x)=x\left(e^x-x-1\right)$.

c) Etudier la position relative de (C_f) et (Γ), puis de (C_f) et Δ.

5/ Tracer dans l'annexe, la courbe (C_f).

6/ On désigne par A l'aire en (u .a) de la partie du plan limitée par les courbes (C_f) et (Γ) et les droites d'équations $x=-1$ et $x=0$.

Montrer que $A=\frac{1}{e}-\frac{1}{3}$.

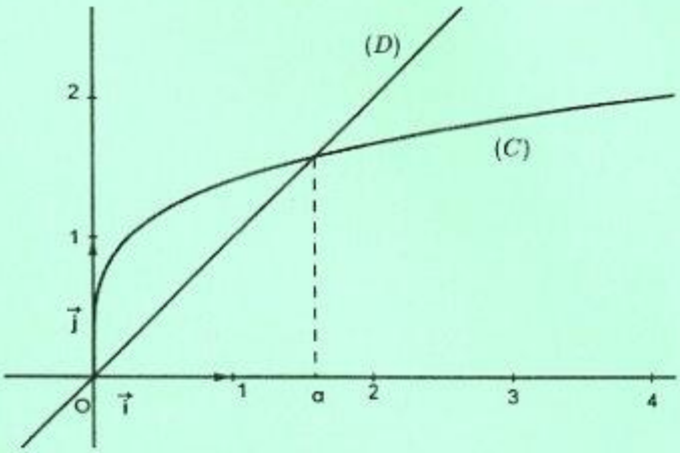
Exercice 4 (4 points)

Dans la figure ci-contre, $(O,\vec{i},\vec{j})$ est un repère orthonormé du plan.

(C) est la courbe représentative de la fonction g définie sur $[0,+\infty[$ par

$g(x)=\sqrt[4]{4x}$,

la droite (D) d'équation $y=x$ coupe la courbe (C) au point O et en un autre point d'abscisse α.



1/ Vérifier que $\alpha=\sqrt[3]{4}$.

2/ On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$, par $f(x)=\dfrac{2}{\sqrt{x}}$ et on désigne par (u_n) la suite

définie par $\begin{cases} u_0=4, \\ u_{n+1}=f(u_n), \text{ pour tout } n\in\mathbb{N}. \end{cases}$

a) Classer dans l'ordre croissant les réels u_0, u_1, u_2 et u_3.

b) Montrer que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_n>0$.

c) Soit $n\in\mathbb{N}$, Montrer que, si $u_{n+1}\le u_n$ alors $u_{n+2}\ge u_{n+1}$.

d) Montrer que la suite (u_n) n'est pas monotone.

3/ Vérifier que pour tout $x\in]0,+\infty[$, $g(x)=f(f(x))$.

4/ Pour tout $n\in\mathbb{N}$, on pose $v_n=u_{2n+1}$ et $w_n=u_{2n}$.

a) Vérifier que pour tout $n\in\mathbb{N}$, $v_{n+1}=g(v_n)$ et $w_{n+1}=g(w_n)$.

b) En utilisant la monotonie de la fonction g, montrer par récurrence que pour tout $n\in\mathbb{N}$,

$v_n\le v_{n+1}\le\alpha\le w_n\le w_{n+1}$.

c) En déduire que la suite (u_n) converge et déterminer sa limite.

Section : .... N° d'inscription : .... Série :		Signatures des surveillants
Nom et Prénom :		....
Date et lieu de naissance :		....

Épreuve : **Mathématiques** -Section : **Sciences expérimentales** -Session de **contrôle - 2018**

Annexe à rendre avec la copie

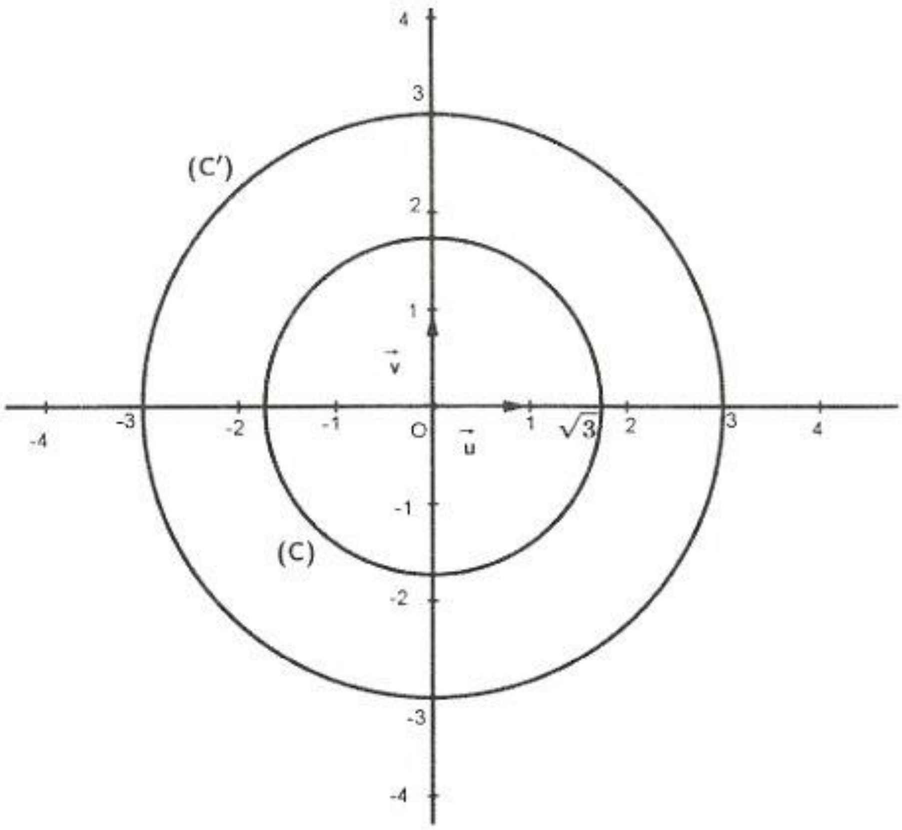


Figure 1

Ne rien écrire ici

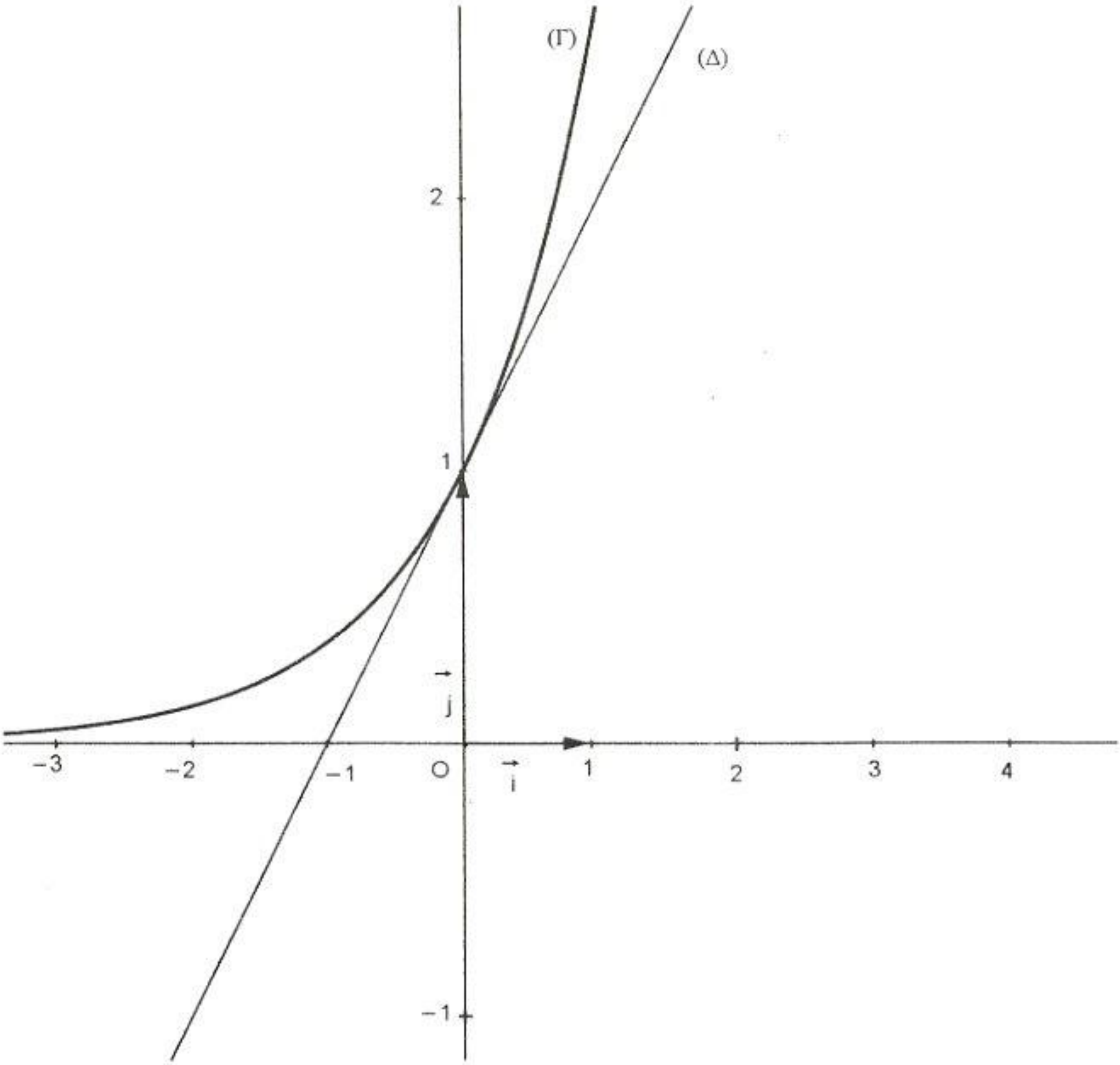


Figure 2