

Exercice n° 1

1) $p(A) = \frac{C_2^2}{C_5^2} = \frac{1}{10}$ et $p(B) = \frac{C_1^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{2}{10}$.

• Le match d'ouverture oppose deux clubs de pays différents : (un club marocain contre un club algérien) ou (un club marocain contre un club tunisien) ou (un club algérien contre un club tunisien) . Ainsi :

$$p(C) = \frac{C_1^1 \times C_2^1 + C_1^1 \times C_2^1 + C_2^1 \times C_2^1}{C_5^2} = \frac{8}{10}$$

Autrement : $p(C) = 1 - \left(\frac{C_2^2}{C_5^2} + \frac{C_2^2}{C_5^2} \right) = 1 - \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$; $\left(\frac{C_2^2}{C_5^2} + \frac{C_2^2}{C_5^2} \right)$ est la probabilité que le

match d'ouverture oppose deux clubs d'un même pays).

2) a) $X=0$: le match d'ouverture oppose deux clubs parmi les trois non tunisiens.

$X=1$: le match d'ouverture oppose un club tunisien et un club parmi les trois non tunisiens.

$X=2$: le match d'ouverture oppose deux clubs tunisiens. (L'événement A)

Ainsi $X(\Omega) = \{0, 1, 2\}$.

b) $p(X=0) = \frac{C_3^2}{C_5^2} = \frac{3}{10}$; $p(X=1) = \frac{C_2^1 \times C_3^1}{C_5^2} = \frac{6}{10}$; $p(X=2) = p(A) = \frac{1}{10}$.

c) $E(X) = (0 \times 0,3) + (1 \times 0,6) + (2 \times 0,1) = 0,8$ et $V(X) = E(x^2) - (E(x))^2 = 0,36$.

Exercice n° 2

1) a) $U_1 = \frac{1}{2}U_0 + 5 = \frac{1}{2} \times 11 + 5 = \frac{21}{2}$ et $U_2 = \frac{1}{2}U_1 + 5 = \frac{1}{2} \times \frac{21}{2} + 5 = \frac{41}{4}$.

b) $U_1 - U_0 = -\frac{1}{2}$ et $U_2 - U_1 = -\frac{1}{4}$ comme $U_1 - U_0 \neq U_2 - U_1$ alors U n'est pas arithmétique.

$\frac{U_1}{U_0} = \frac{21}{22}$ et $\frac{U_2}{U_1} = \frac{41}{42}$ Comme $\frac{U_1}{U_0} \neq \frac{U_2}{U_1}$ alors U n'est pas géométrique.

2) a) $V_0 = U_0 - 10 = 11 - 10 = 1$.

b) $V_{n+1} = U_{n+1} - 10 = \frac{U_n + 10 - 20}{2} = \frac{U_n - 10}{2} = \frac{1}{2}V_n$.

Alors (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

c) Pour tout entier naturel n, $V_n = 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$; $U_n = 10 + V_n = 10 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

d) $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$ car $\frac{1}{2} \in]-1, 1[$ d'où $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 10$ car $U_n = 10 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

3) Si $U_n \leq 10,001$ alors $\left(\frac{1}{2}\right)^n \leq 0,001$ ou encore $n \times \ln\left(\frac{1}{2}\right) \leq 0,001$.

On trouve $n \geq 9,56$ et par suite $n_0 = 10$.

Exercice n°3

1) a) $\lim_{x \rightarrow \left(-\frac{3}{2}\right)^+} f(x) = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

b) Pour tout $x \in \left]-\frac{3}{2}, +\infty\right[$, $f'(x) = \frac{2}{2x+3}$.

c) Tableau de variation

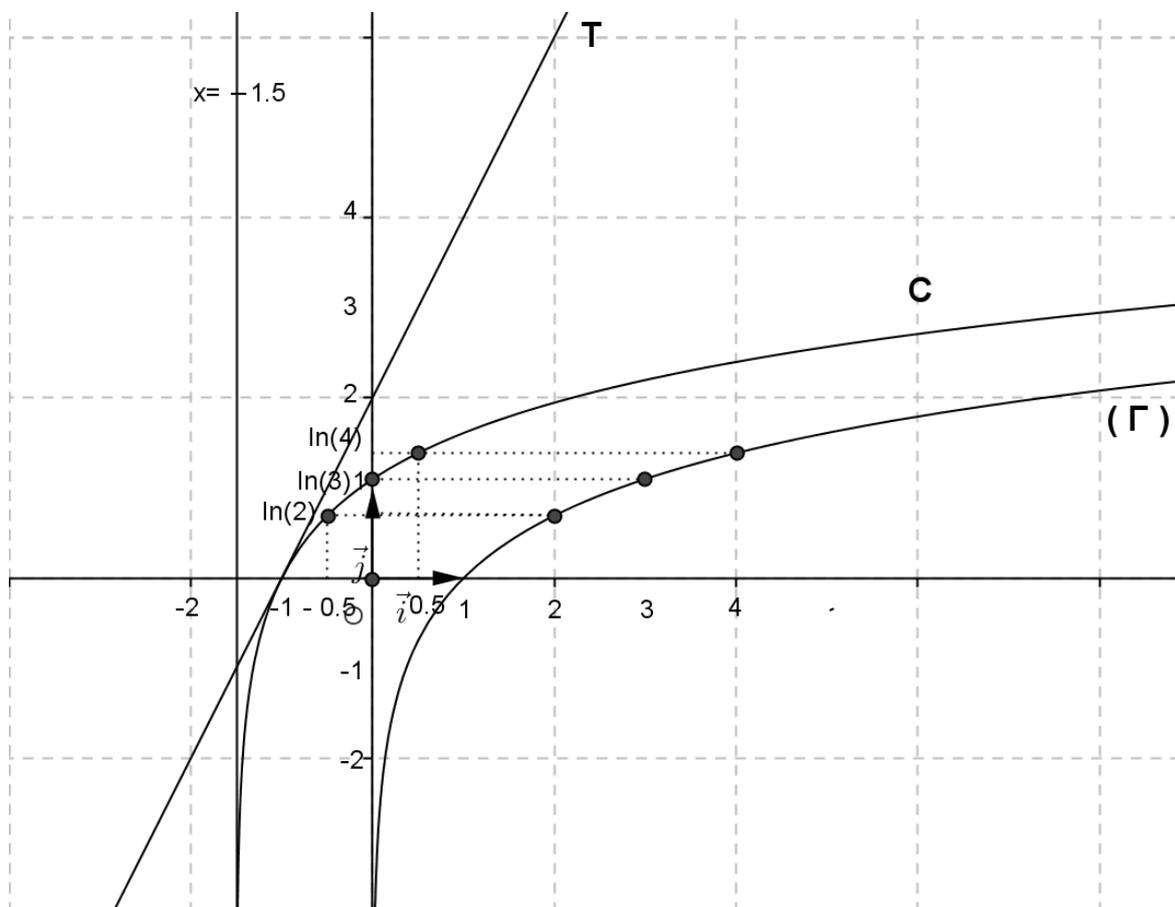
x	$-\frac{3}{2}$	$+\infty$
f'(x)		+
f	$-\infty$	$+\infty$

d) T : $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ avec $f'(-1) = 2$ et $f(-1) = \ln 1 = 0$. D'où T : $y = 2(x+1)$.

2) a) Voir figure. b)

x	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$
f(x)	$\ln(2)$	$\ln(3)$	$\ln(4)$

c) et d)



2) a) Pour tout x de $]-\frac{3}{2}, +\infty[$, $F'(x) = 1 \times \ln(2x+3) + \frac{2(x+\frac{3}{2})}{2x+3} - 1 = \ln(2x+3) + 1 - 1 = f(x)$.

Alors F est une primitive de f sur $]-\frac{3}{2}, +\infty[$.

b) Pour tout x $\in [-1, \frac{1}{2}]$, $f(x) \geq 0$ alors $A = \int_{-1}^{\frac{1}{2}} f(x) dx = F\left(\frac{1}{2}\right) - F(-1) = 2\ln(4) - \frac{3}{2}$.