Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.
La page 4/4 est à remettre avec la copie.

Exercice n° 1 (6 points)

Une urne contient dix jetons indiscernables au toucher :

- Quatre portent le nombre 1
- Trois portent la lettre a
- Trois portent la lettre b

Une épreuve consiste à tirer simultanément et au hasard trois jetons de l'urne.

1) Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :

A « Chacun des trois jetons tirés porte le nombre 1»

B « Obtenir un seul jeton qui porte la lettre a »

C « Obtenir au moins un jeton qui porte une lettre »

2) Soit X l'aléa numérique qui à chaque épreuve associe le nombre de jetons portant la lettre a.

a) Justifier que les valeurs prises par X sont 0 ; 1 ; 2 et 3.

b) Déterminer la loi de probabilité de X.

c) Calculer l'espérance mathématique et la variance de X.

Exercice n° 2 (7 points)

Soit la suite (U_n) définie par $\begin{cases} U_0 = \ln(2) \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n}{2} + \dfrac{\ln(2)}{4} \end{cases}$ pour $n \in IN$.

1) a) Vérifier que $U_1 = \frac{3}{4}\ln(2)$ et que $U_2 = \frac{5}{8}\ln(2)$.

b) Montrer que la suite (U_n) n'est ni géométrique ni arithmétique.

2) Soit la suite (V_n) définie sur IN par $V_n = U_n - \frac{1}{2}\ln(2)$

a) Vérifier que $V_0 = \frac{1}{2}\ln(2)$.

b) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et exprimer V_n en fonction de n.

c) Montrer que (V_n) est décroissante.

3) a) Montrer que pour tout entier naturel n, $U_n = \frac{1}{2}\ln(2) + \frac{\ln(2)}{2^{n+1}}$.

b) Calculer alors la limite de la suite (U_n).

Exercice n° 3 (7 points)

Soit la f fonction définie sur IR par $f(x) = e^{2-x}$ et **C** sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a) Calculer f(1) et f (2).

b) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.

c) Dresser le tableau de variations de f.

2) a) Montrer que f réalise une bijection de IR sur un intervalle I qu'on précisera.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 2 + \ln 2$ admet dans IR une unique solution α et que $\alpha \neq 1$.

3) On a représenté dans l'annexe ci-jointe la courbe **C**.

a) Construire dans le même repère la courbe **C'** de la fonction réciproque de f.

b) Placer, dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$, le point E $(\alpha\ ;0)$.

c) Hachurer la partie **P** du plan limitée par la courbe **C**, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\alpha$ et $x=2$.

4) a) Montrer que la fonction F définie sur IR par $F(x) = -f(x)$ est une primitive de f sur IR.

b) Montrer que l'aire A de la partie **P** est égale à $f(\alpha) - f(2)$ u.a .

c) Déduire que $A = 1+\ln 2$.

Section : . . . . N° d'inscription : . . . . Série : . . . .

Nom et Prénom : . . . .

Date et lieu de naissance : . . . .

Signatures des surveillants

. . . .

. . . .

Épreuve : Mathématiques   Section : Sport

Annexe à rendre avec la copie