REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◇◇◇◇ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2015**	Epreuve : **MATHEMATIQUES**	
	Durée : 2 H	Coefficient : 1
Section : sport	**Session de contrôle**	

Le sujet comporte 3 pages.

Exercice 1 (7 points)

Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \dfrac{1}{4}U_n + 3 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$

1) a) Calculer U_1 et U_2.

   b) En déduire que la suite (U_n) n'est ni arithmétique, ni géométrique.

2) a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n < 4$.

   b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_{n+1} - U_n = \dfrac{3}{4}(4 - U_n)$.

   c) Montrer alors que la suite (U_n) est croissante.

   d) En déduire que la suite (U_n) est convergente.

3) Soit (V_n) la suite définie par : $V_n = U_n - 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

   a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{4}$.

   b) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $V_n = -2\left(\dfrac{1}{4}\right)^n$.

   c) Calculer $\lim\limits_{n \to +\infty} V_n$ et en déduire $\lim\limits_{n \to +\infty} U_n$.

4) Soient $S_n = V_0 + V_1 + \dots\dots + V_n$ et $S'_n = U_0 + U_1 + \dots\dots + U_n$

   a) Montrer que $S_n = \dfrac{-8}{3}\left(1 - \dfrac{1}{4^{n+1}}\right)$.

   b) En déduire l'expression de S'_n en fonction de n.

Exercice 2 (6 points)

Un sac contient sept jetons indiscernables au toucher dont :

- quatre noirs et numérotés : 1 ; 2 ; 2 et 3.
- trois blancs et numérotés : 1 ; 2 et 2.

On tire simultanément et au hasard deux jetons du sac.

On considère les événements suivants :

A : « Obtenir deux jetons blancs »

B : « Obtenir au moins un jeton noir »

C : « La somme des numéros portés par les deux jetons est égale à 4 ».

1) a) Calculer p(A).

b) En déduire p(B).

2) Montrer que $p(C)=\frac{8}{21}$.

3) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage, associe la somme des numéros portés par les deux jetons tirés.

a) Recopier et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de la variable aléatoire X.

x_i	2	3	4	5
$p(X=x_i)$			$\frac{8}{21}$	

b) Calculer l'espérance mathématique de X.

Exercice 3 (7 points)

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et (C) sa représentation graphique, dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

A) On donne ci-dessous le tableau de variation de f.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
f	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

1) En utilisant le tableau de variation de f et sans justification :

a) Donner $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Donner f(0) et $f'(0)$.

2) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $[0,+\infty[$ une unique solution α.

B) Dans la suite, on suppose que, $f(x) = x + 2 - e^{x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

1) Montrer que $1 < \alpha < 2$.

2) Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3) Soit D la droite d'équation $y = x + 2$.

a) Montrer que la droite D est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.

b) Etudier la position de la courbe (C) par rapport à l'asymptote D.

4) Tracer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ la droite D et la courbe (C).

5) a) Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par : $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - e^{x}$

est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations, $x = 0$ et $x = 1$.