REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION DE JUIN **2014**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3 H Coefficient : 3
Section : Sciences expérimentales	**Session principale**

Le sujet comporte 4 pages. La page annexe 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (5 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{e^{-x}}{1+e^{x}}$.

On désigne par C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{f(x)}{x}=-\infty$. Interpréter graphiquement les résultats.

2) a) Montrer que pour tout réel x, $f'(x)=-\dfrac{(2+e^{-x})}{(1+e^{x})^2}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

3) a) Justifier que la tangente (T) à la courbe C_f au point d'abscisse 0 a pour équation $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$.

b) Utiliser le tableau de signe ci-contre pour préciser la position relative de C_f et (T).

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)+\dfrac{3}{4}$		$-$	0	$+$	

c) Tracer (T) et C_f.

4) Soit λ un réel strictement positif. On désigne par A_λ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f, les axes du repère et la droite d'équation $x=\lambda$.

a) Vérifier que, pour tout réel x, $f(x)=e^{-x}-\dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

b) Montrer que $A_\lambda=-e^{-\lambda}+\ln(1+e^{-\lambda})+1-\ln 2$.

c) Calculer $\lim\limits_{\lambda\to+\infty} A_\lambda$.

Exercice 2 (4 points)

En vue de comprendre le phénomène de refroidissement d'un liquide après son ébullition, on relève, durant une heure et toutes les 5 minutes, la température T de ce liquide.

Le tableau ci-dessous donne les résultats recensés pour une tasse de café servie dans un salon dont la température ambiante est de 20°C :

t (en mn)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
T (en °C)	100	68.5	50	37.8	31	26.5	24	22	21.5	20.9	20.5	20.3	20.2

On pose $\theta = \ln(T-20)$.

Les valeurs de θ, arrondies à 10^{-2} près, sont données dans le tableau qui suit :

t (en mn)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
θ	4.38	3.88	3.40	2.88	2.40	1.87	1.39	0.69	0.41	- 0.10	- 0.69	-1.2	-1.60

1) a) Construire le nuage de points de la série (t, θ), dans le repère proposé dans l'annexe ci-jointe **(figure 1)**.

   b) Calculer le coefficient de corrélation linéaire r de la série (t, θ). Interpréter le résultat.

2) a) Donner une équation de la droite de régression de θ en t.

   (On donnera les coefficients de cette équation arrondis à 10^{-2} près).

   b) En déduire que l'expression de T en fonction de t est de la forme $T = 20 + \alpha e^{\beta t}$,

   α et β étant deux réels dont on donnera les valeurs respectives arrondies à 10^{-1} près.

   c) Estimer la température de cette tasse de café après 90 minutes de sa préparation.

   d) La température de cette tasse de café atteindra t- elle 18°C ? Expliquer.

Exercice 3 (5 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère la sphère (S) d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 8 = 0$ et le plan P d'équation $x + 2y + z - 6 = 0$.

1) a) Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S).

   b) Montrer que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle $(\mathcal{C})$ dont on précisera le centre et le rayon.

2) On donne les points A(2, 0, 2) et B(2, 2,0).

   a) Vérifier que A appartient à la sphère (S) et n'appartient pas au plan P et que B appartient au cercle $(\mathcal{C})$.

   b) Soit Q l'ensemble des points M(x, y, z) de l'espace tels que MA = MB.

   Montrer que Q est le plan d'équation $y = z$.

   c) Montrer que les plans P et Q se coupent suivant la droite Δ dont une représentation paramétrique est $\begin{cases} x = 6 - 3\alpha \\ y = \alpha \\ z = \alpha \end{cases}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

3) Déterminer un point C du cercle $(\mathcal{C})$ tel que ABC est un triangle équilatéral.

Exercice 4 (6 points)

1) Soit les nombres complexes $z_1 = \frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\frac{\sqrt{5}}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

   a) Calculer $z_1 + z_2$ et $z_1 \times z_2$.

   b) En déduire que, pour tout nombre complexe z, $(z - z_1)(z - z_2) = z^2 + i\sqrt{3}z - 2$.

Dans la suite, on munit le plan complexe d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ et on considère les points M_1 et M_2 d'affixes respectives z_1 et z_2.

2) Dans l'annexe ci-jointe **(figure 2)**, on a tracé le cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$ et on a placé le point H d'affixe $\frac{-i\sqrt{3}}{2}$.

   a) Montrer que M_1 et M_2 appartiennent au cercle (C).

   b) Justifier que H est le milieu du segment $[M_1M_2]$.

   c) Construire les points M_1 et M_2.

3) Soit K le point d'affixe $-i\sqrt{3}$.

   Soit z un nombre complexe et M et N les points du plan complexe d'affixes respectives z et z^3.

   a) Montrer que :

   (K est le milieu du segment [M N]) si et seulement si ($z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$).

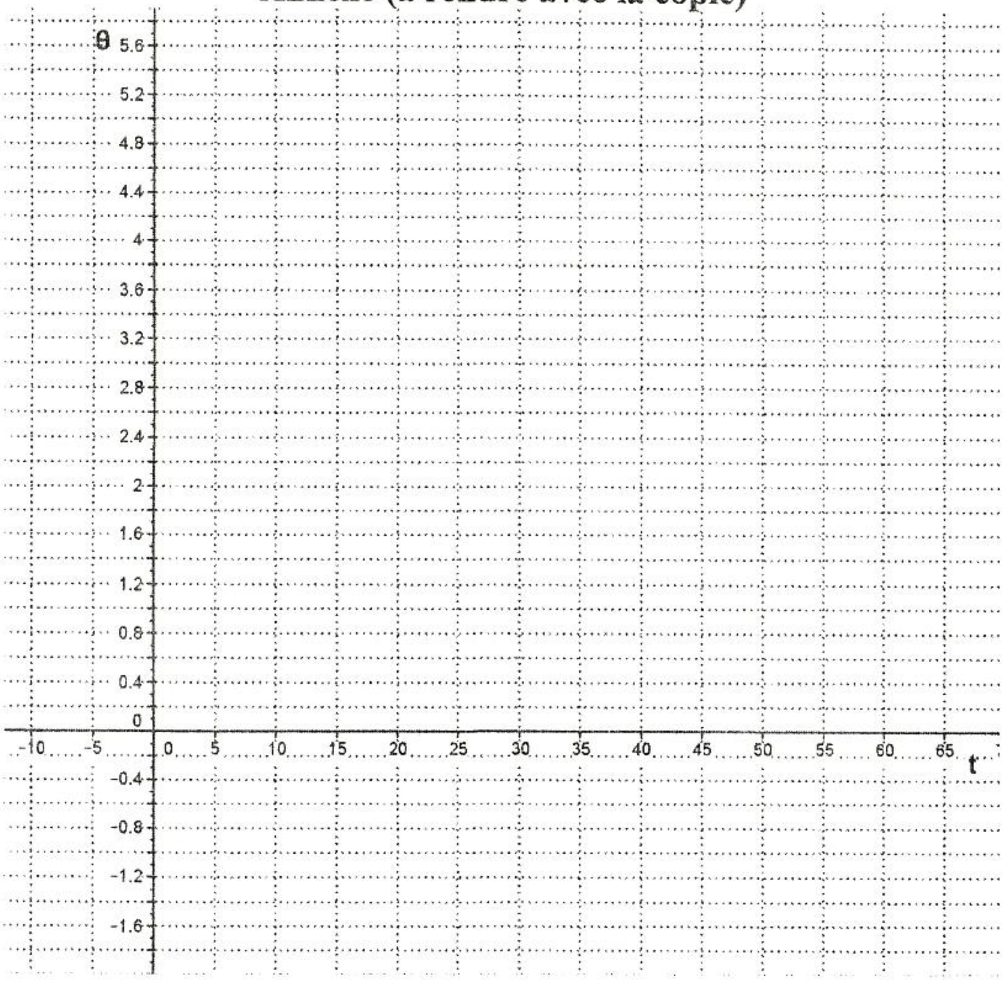
   b) Vérifier que $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = (z - i\sqrt{3})(z^2 + i\sqrt{3}z - 2)$.

   c) Résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^3 + z + 2i\sqrt{3} = 0$.

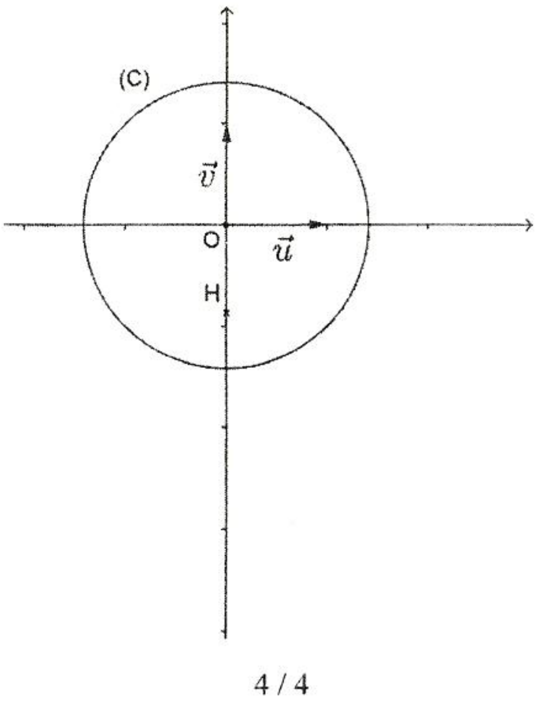
   d) Construire alors les points N_1 et N_2 d'affixes respectives z_1^3 et z_2^3 (On rappelle que z_1 et z_2 sont les affixes des points M_1 et M_2).

   e) Déterminer l'affixe a d'un point A de l'axe $(O, \vec{v})$ dont le symétrique par rapport au point K est d'affixe a^3.

Annexe (à rendre avec la copie)



(figure 1)



(figure 2)