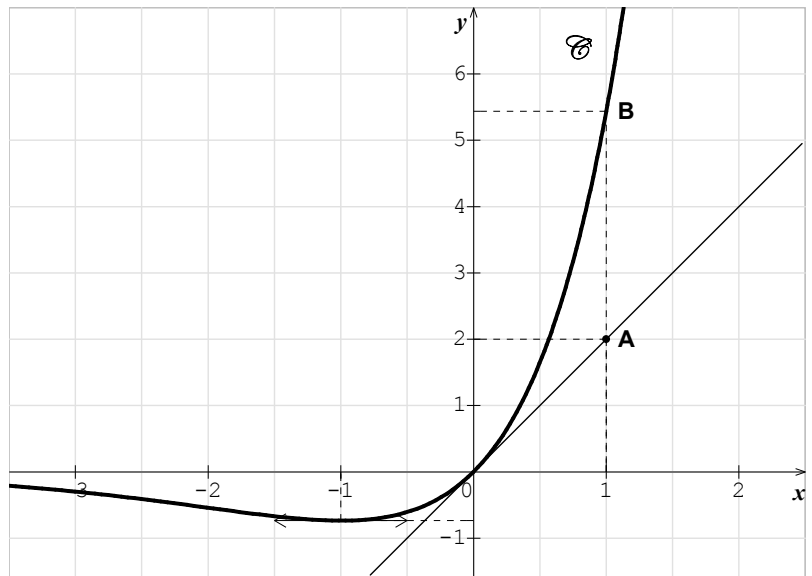


Le sujet comporte 03 pages.

**Exercice 1** (6 points)

On a représenté ci-contre la courbe représentative  $\mathcal{C}$  dans un repère orthogonal, d'une fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .

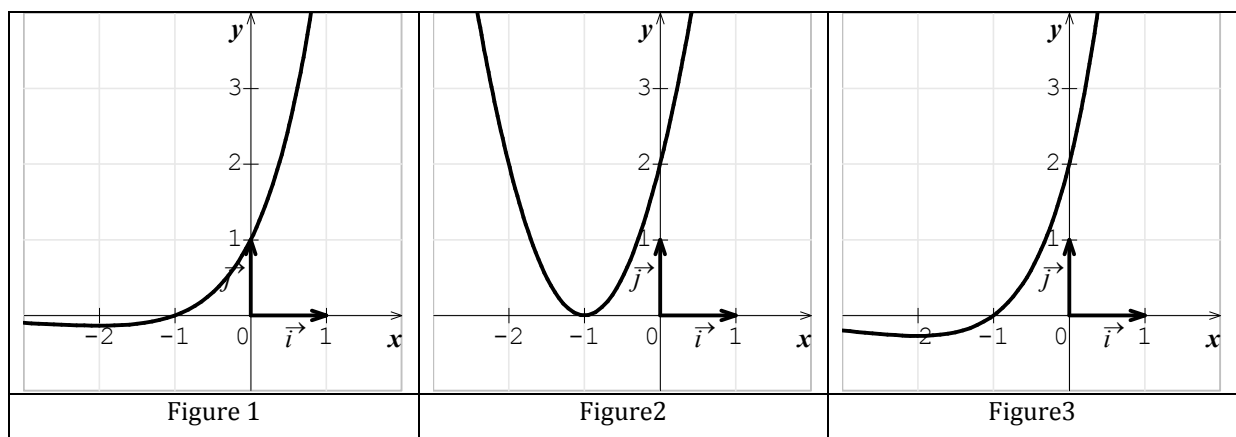
- La courbe  $\mathcal{C}$  passe par les points  $O(0,0)$  et  $B(1,2e)$
- La droite  $(OA)$ , où  $A(1,2)$ , est la tangente à  $\mathcal{C}$  en  $O$ .
- La tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse  $-1$  est parallèle à l'axe des abscisses.



I) 1) a) Déterminer les valeurs de  $f(0)$  et de  $f(1)$ .

b) Justifier que  $f'(0) = 2$  et  $f'(-1) = 0$ .

2) Parmi les trois représentations graphiques de la figure ci-dessous, l'une représente la fonction dérivée  $f'$  de  $f$ . Déterminer laquelle en justifiant la réponse.



II) La fonction  $f$  précédente est, en fait, la fonction définie par :  $f(x) = 2xe^x$ .

1) a) Déterminer la valeur exacte du minimum de  $f$ .

b) Déterminer, en justifiant, le nombre de solutions dans  $\mathbb{R}$  de l'équation :  $f(x) = -0,7$ .

2) Soit  $I = \int_0^1 f(x)dx$ .

- Interpréter graphiquement l'intégrale I.
- En utilisant une intégration par parties, montrer que  $I = 2$ .
- Déduire en unités d'aire, l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe  $\mathcal{C}$ , l'axe des ordonnées et la droite d'équation  $y = 2e$ .

**Exercice 2** (6 points)

On considère la suite  $(u_n)$  définie par 
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{6-u_n}{4-u_n}; \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}. \end{cases}$$

1) a) Montrer par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ; on a  $u_n < 2$ .

b) Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ;  $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 2)(u_n - 3)}{4 - u_n}$ .

c) Montrer alors que la suite  $(u_n)$  est croissante.

d) Déduire que  $(u_n)$  est convergente.

2) Soit la suite  $(v_n)$  définie sur  $\mathbb{N}$  par :  $v_n = \frac{2u_n - 6}{u_n - 2}$ .

a) Montrer que  $(v_n)$  est une suite géométrique de raison 2.

b) Exprimer  $v_n$  en fonction de n.

c) Déduire que, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = \frac{6 \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^n \right]}{3 - 2 \left( \frac{1}{2} \right)^n}$ .

d) Calculer alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

**Exercice 3** (4 points)

On considère un graphe G, de sommets A, B, C, D et E, dont la matrice associée est donnée par :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- a) Justifier que G est un graphe non orienté.  
b) Représenter le graphe G et donner son ordre.

2) Compléter le tableau suivant :

Sommet	A	B	C	D	E
Degré					

- 3) a) Donner un sous graphe complet d'ordre 3.  
 b) On note  $\chi(G)$  le nombre chromatique du graphe G. Justifier que :  
 $3 \leq \chi(G) \leq 5$ .
- 4) Après avoir classé les sommets dans l'ordre de degré décroissant, colorier le graphe G et en déduire le nombre chromatique  $\chi(G)$ .

**Exercice 4** (4 points)

L'évolution de la population active en Tunisie de 2006 à 2012 est donnée par le tableau suivant :

Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Rang de l'année ( $x_i$ )	0	1	2	3	4	5	6
Population active ( en milliers) ( $y_i$ )	3435	3522	3604	3689	3769	3845	3923

Source : Institut National de la Statistique(INS)

- 1) a) Représenter le nuage de points associé à la série statistique  $(x_i, y_i)$  dans un repère orthogonal du plan.  
 b) Ce nuage permet-il d'envisager un ajustement affine ?
- 2) a) Ecrire une équation de la droite D de régression de  $y$  en  $x$  obtenue par la méthode des moindres carrés. (Les coefficients seront arrondis à l'unité).  
 b) Tracer D  
 c) En utilisant cet ajustement, estimer la population active de la Tunisie en l'an 2015.