

REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2013	Epreuve : <b>MATHEMATIQUES</b>
	Durée : 3 H
	Coefficient : 3
Section : <b>Sciences Techniques</b>	<b>SESSION PRINCIPALE</b>

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

### Exercice 1 (3 points)

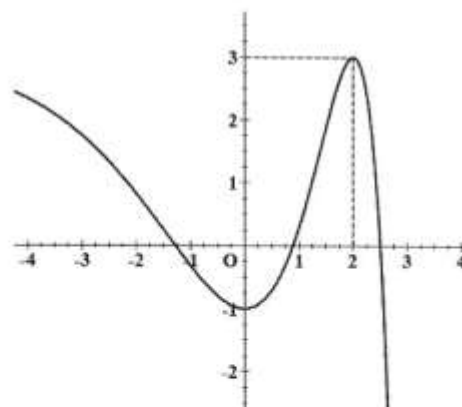
Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondante à la réponse choisie.

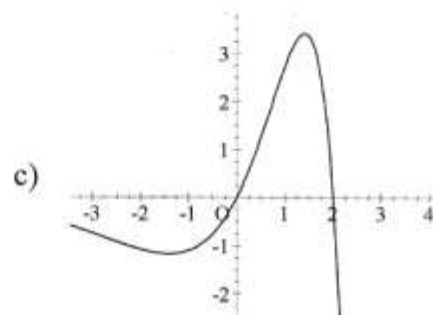
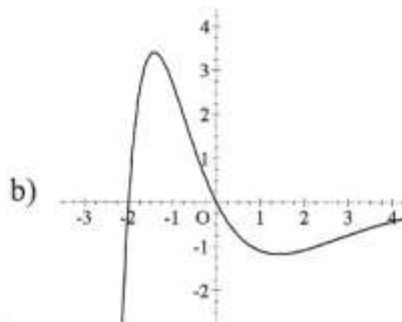
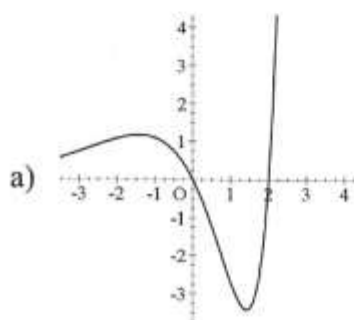
Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fautive ou l'absence d'une réponse vaut 0 point.

I. On a tracé ci-contre, dans un repère orthonormé, la courbe d'une fonction  $f$  définie, continue et dérivable sur  $\mathbb{R}$ .



1) La courbe représentative de la fonction dérivée  $f'$  de  $f$  dans un repère orthonormé est



2) L'aire de la partie du plan limitée par la courbe de  $f'$ , l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 2$  est égale à

a) 4

b) 3

c) 6

II. Soit , dans  $\mathbb{C}$ , l'équation (E) :  $z^2 + 2(1+i)z + \sqrt{13} - 2\sqrt{3}i = 0$  ;  
On note  $z_1$  et  $z_2$  les solutions de (E).

1) Une mesure de  $\arg(z_1 + z_2)$  est

a)  $\frac{\pi}{4}$

b)  $\frac{3\pi}{4}$

c)  $\frac{5\pi}{4}$

2) Le module de  $z_1 \cdot z_2$  est égal à :

a) 5

b) 1

c) 25

### Exercice 2 (6 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

On donne les points  $A(4, 2, 2)$ ,  $B(5, -2, 3)$  et  $C(1, 1, 1)$  et la droite  $\Delta : \begin{cases} x = 1 + 2\alpha \\ y = 1 + \alpha \\ z = 1 + 2\alpha \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}$

On désigne par (P) le plan passant par A et perpendiculaire à la droite  $\Delta$ .

1) a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan (P) est  $2x + y + 2z - 14 = 0$ .

b) Vérifier que  $B \in (P)$  et que  $C \notin (P)$ .

c) Vérifier que  $C \in \Delta$  et que  $A \notin \Delta$ .

2) Soit le point  $D(3, 2, 3)$ .

a) Montrer que D est le projeté orthogonal du point C sur le plan (P).

b) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.

c) Calculer le volume  $\mathcal{V}$  du tétraèdre ABCD.

3) a) Calculer  $\overline{AB} \cdot \overline{AD}$  et en déduire la distance d du point D à la droite (AB).

b) Vérifier que  $\mathcal{V} = \frac{AB \times d \times CD}{6}$ .

### Exercice 3 (5 points)

1) a) Vérifier que  $(2 + 2i)^2 = 8i$

b) Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation :  $z^2 - 2(1+i)z - 6i = 0$ .

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points

A, B et C d'affixes respectives  $z_A = 3 + 3i$ ,  $z_B = -1 - i$  et  $z_C = (1 - 2\sqrt{3}) + (1 + 2\sqrt{3})i$

a) Vérifier que  $z_C - z_A = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot (z_B - z_A)$ .

b) Déterminer le module et un argument du nombre complexe  $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

c) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

- 3) Soient le point  $\Omega$  d'affixe  $z_\Omega = 1+i$  et le point D symétrique du point C par rapport à  $\Omega$ .
- Vérifier que  $\Omega$  est le milieu du segment  $[AB]$ .
  - Placer les points A, B,  $\Omega$ , C et D.
  - Montrer que le quadrilatère ACBD est un losange.
  - Calculer l'aire de ce losange.

#### Exercice 4 ( 6 points)

Soit la fonction f définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (x+2)e^{-\frac{1}{2}x}$ .

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ . Interpréter graphiquement le résultat.
  - Montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ . Interpréter graphiquement le résultat.
- Déterminer les coordonnées des points E et F intersections de la courbe (C) avec, respectivement, l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées.
- Dresser le tableau de variation de la fonction f.
  - Montrer que la courbe (C) admet un point d'inflexion K dont on déterminera les coordonnées.
  - Tracer la courbe (C).
- On pose  $I_0 = \int_{-2}^2 e^{-t} dt$  et pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  ;  $I_n = \int_{-2}^2 (t+2)^n e^{-t} dt$ .
  - Montrer que  $I_0 = e^2 - \frac{1}{e^2}$ .
  - A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :  
pour tout  $n \in \mathbb{N}$  ,  $I_{n+1} = (n+1)I_n - \frac{4^{n+1}}{e^2}$ .
  - Calculer  $I_1$  et  $I_2$ .
- On désigne par (D) le domaine du plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x = -2$  et  $x = 2$ .
  - Hachurer le domaine (D).
  - Soit  $\mathcal{V}$  volume du solide de révolution engendré par la rotation de (D) autour de l'axe des abscisses. Calculer  $\mathcal{V}$ .