REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ◈◈◈ **EXAMEN DU BACCALAUREAT** **SESSION DE JUIN 2013**	Epreuve : **MATHEMATIQUES** Durée : 3H Coefficient : 3
Section : **Sciences de l'informatique**	**SESSION PRINCIPALE**

Le sujet comporte trois pages

Exercice 1 (5 points)

1) Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation
$z^2 - 2(2-i)z + 7 - 4i = 0$.

2) Soit $P(z) = z^3 - (2-3i)z^2 - (3+4i)z + 18 - i$ où $z \in \mathbb{C}$.

a) Vérifier que $P(z) = (z+2+i)(z^2 - 2(2-i)z + 7 - 4i)$.

b) Résoudre alors dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

3) Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $2+i$, $-1-3i$, $-2-i$ et $2-3i$.

a) Placer les points A, B, C et D.

b) Montrer que le triangle ABC est rectangle.

c) Montrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Exercice 2 (4 points)

(Dans cet exercice, on donnera toutes les réponses sous forme de fraction irréductible)

Dans un lycée, on a les données suivantes :

- 52% des élèves sont des filles.
- 20% des élèves suivent la spécialité informatique.
- 12% des élèves sont des filles qui suivent la spécialité informatique.

On choisit au hasard un élève de ce lycée.

On considère les évènements suivants :

F : « L'élève choisi est une fille ».

I : « L'élève choisi suit la spécialité informatique ».

1) a) Déterminer la probabilité de chacun des évènements F, I et $F \cap I$.

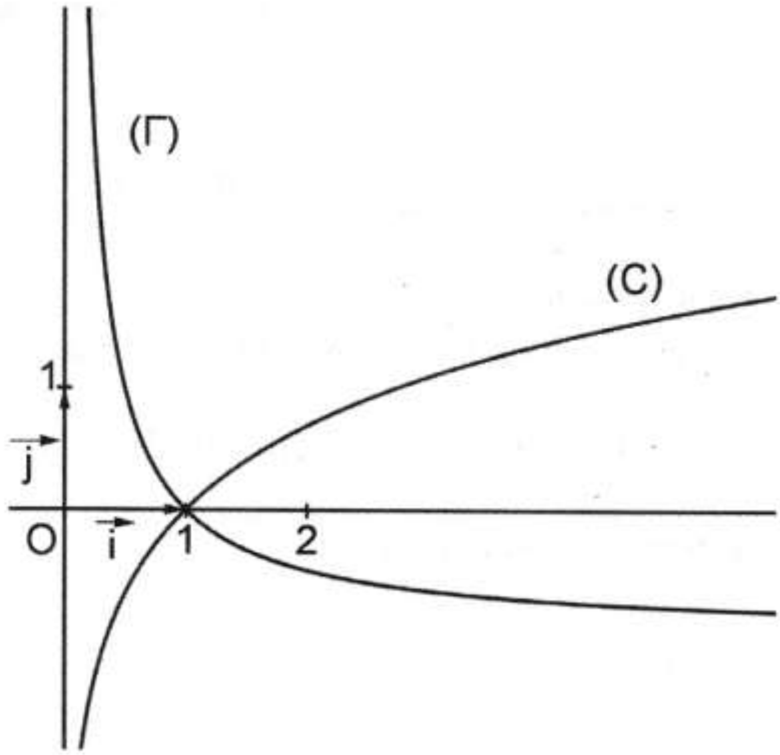
b) L'élève choisi est une fille. Calculer la probabilité qu'elle suit la spécialité informatique.

2) a) Justifier que $p(I / \overline{F}) = \dfrac{1}{6}$.

b) En déduire la probabilité que l'élève choisi soit un garçon qui ne suit pas la spécialité informatique.

Exercice 3 (6 points)

1) On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$, les courbes (C) et (Γ), représentatives des deux fonctions $\ln : x \mapsto \ln x$ et $u : x \mapsto \dfrac{1}{x} - 1$, définies sur $]0\ ;\ +\infty[$.



En utilisant le graphique,

a) Reconnaître la courbe de ln et celle de u. Justifier votre choix.

b) Etudier le signe de lnx-u(x) sur $]0\ ;\ +\infty[$.

2) On considère la fonction f définie sur $]0\ ;+\infty[$ par $f(x) = (x-1)\ln x$.

On désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat.

c) Montrer que $f'(x) = \ln x - u(x)$; pour tout $x \in]0\ ;+\infty[$.

d) Dresser le tableau de variation de f.

3) Tracer la courbe C_f.

4) On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire de la partie du plan limitée par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $\mathscr{A} = \dfrac{e^2 - 3}{4}(\text{u.a})$.

Exercice 4 (5 points)

1) On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation (E) : $2x - 3y = 1$.

a) Justifier que si (x ; y) est une solution de (E) alors x et y sont premiers entre eux.

b) Vérifier que (-1 ; -1) est une solution de (E).

c) Résoudre alors l'équation (E).

2) Pour tous entiers m et n, on définit la matrice $A = \begin{pmatrix} m-2 & n-1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

a) Calculer le déterminant de A.

b) Déterminer l'ensemble des couples (m , n) pour lesquels la matrice A n'est pas inversible.

c) Vérifier que $2011 \times 13^{2013} \equiv 1[3]$ et $2015 \times 11^{2012} \equiv 2[3]$.

d) En déduire en utilisant 1) a) que la matrice $B = \begin{pmatrix} 2011 \times 13^{2013} & 2015 \times 11^{2012} \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ est inversible.