REPUBLIQUE TUNISIENNE ◈◈◈ MINISTERE DE L'EDUCATION	EXAMEN DU BACCALAUREAT SESSION DE JUIN 2012		
	Epreuve : **MATHEMATIQUES**	Durée : 3h	Coefficient : 3
SECTION : Sciences Techniques			**SESSION PRINCIPALE**

Le sujet comporte 4 pages. La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (3points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) La forme algébrique du nombre complexe $\sqrt{3}\cdot e^{i\frac{\pi}{6}}$ est

a) $\dfrac{3-i\sqrt{3}}{2}$ b) $\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2}$ c) $\dfrac{3+i\sqrt{3}}{2}$

2) Un argument du nombre complexe $(1-i\sqrt{3})i$ est

a) $\dfrac{\pi}{6}$ b) $\dfrac{\pi}{2}$ c) $\dfrac{-\pi}{3}$

3) Le module du nombre complexe $1+e^{\frac{2i\pi}{3}}$ est égal à

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) 2

4) L'ensemble des points M d'affixe z tels que $(z-i)(\overline{z}+i)=1$ est

a) un singleton. b) une droite. c) un cercle.

Exercice 2 (6points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
On donne les points A(2, 1, 1) ; B(1, 1, 0) et C(1, 0, 1).
1) a) Montrer que les points A, B et C déterminent un plan que l'on notera P .
b) Vérifier que $x - y - z = 0$ est une équation cartésienne du plan P.

2) Soit le point D (2,0,0) .

a) Montrer que les points A, B, C et D ne sont pas coplanaires.
b) Calculer le volume $\mathcal{V}$ du tétraèdre ABCD.

3) Soit I $\left(\frac{3}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$. On désigne par (S) la sphère de centre I et passant par D.

a) Montrer que la sphère(S) passe par les points A et B.
b) En déduire que le plan P coupe la sphère (S) suivant un cercle ($\mathscr{C}$).
c) Justifier que ($\mathscr{C}$) est circonscrit au triangle ABC.

4) Soit Δ la droite passant par I et perpendiculaire au plan P.
a) Donner un système d'équations paramétriques de la droite Δ.
b) Déterminer les coordonnées du point Ω centre du cercle ($\mathscr{C}$).
c) Soit D' le symétrique de D par rapport à Ω.
Montrer que le volume $\mathcal{V}'$ du tétraèdre D'ABC est égal à $\mathcal{V}$.

Exercice 3 (5 points)

Le tableau de variation suivant est celui de la fonction f définie sur $[1,+\infty[$ par :

$f(x) = 2 - x + \ln x$.

x	1		$+\infty$
f'(x)	0	$-$	
f	1	$\searrow$	$-\infty$

1) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $]1,+\infty[$ une unique solution notée α et que $\ln\alpha = \alpha - 2$.

b) En déduire le signe de f sur l'intervalle $[1,+\infty[$.

2) Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 2 + \ln u_n \ ; \quad n \in \mathbb{N} \end{cases}$

a) Montrer que pour tout entier naturel n ; $1 \le u_n \le \alpha$.

b) Montrer que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

c) En déduire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 4 (6 points)

Dans l'annexe ci-jointe, on a représenté dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe (C) d'une fonction f définie, continue, dérivable et strictement décroissante sur $[0,+\infty[$.

On sait que la courbe (C) :

- admet l'axe des abscisses comme asymptote au voisinage de $+\infty$,
- atteint son maximum au point d'abscisse 0.

1) Par lecture graphique :

a) Déterminer $f(0)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $f_d'(0)$ (nombre dérivé à droite de f en 0)

b) Montrer que f est une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on déterminera.

2) Tracer dans l'annexe la courbe (C') de la fonction f^{-1} réciproque de f.

On note β l'abscisse du point d'intersection des deux courbes (C) et (C').

3) On sait que la fonction f est définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x)=(ax+b)e^{-2x}$ où a et b sont deux réels.

a) En utilisant **1)** a) montrer que pour tout $x \in [0,+\infty[$, $f(x)=(2x+1)e^{-2x}$

b) Soit $I=\int_0^{\beta}(2x+1)e^{-2x}\,dx$.

A l'aide d'une intégration par parties, montrer que $I=1-(\beta+1)e^{-2\beta}$.

c) On désigne par $\mathscr{A}$ l'aire de la partie (E) du plan limitée par la courbe (C'), l'axe des abscisses et les droites d'équations $x=\beta$ et $x=1$.

Hachurer (E) et déterminer $\mathscr{A}$ en fonction de β.

Annexe (à rendre avec la feuille de copie)