

Examen du baccalauréat (Juin 2012)	Epreuve : MATHÉMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session principale

### Exercice 1

1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)	8)
Vrai	Vrai	Faux	Vrai	Vrai	Faux	Faux	Vrai

On ne demande pas de justification pour ces réponses, mais on va donner quelques explications :

1) La tangente à la courbe au point d'abscisse (-1) est horizontale.

2) La tangente à la courbe au point d'abscisse (0) a pour vecteur directeur  $\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

3)  $\int_1^2 f(x)dx$  est l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=1$  et  $x=2$ .

$\int_2^3 f(x)dx$  est l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les droites d'équations  $x=2$  et  $x=3$ .

4)  $\int_{-2}^0 f'(x)dx = f(0) - f(-2)$  parce que  $f$  est une primitive de  $f'$ .

5) Vrai

6) Faux parce que  $x < 0$  et  $f(x) < 0$ .

7)  $f(-2) = 0$  donc  $g$  n'est pas définie en -2.

8)  $f$  est continue et strictement décroissante sur  $[-1, +\infty[$  et  $f([-1, +\infty[) = ]0, f(-1)]$  donc  $f(x) = 0.1$  admet une solution positive qu'on « ne voit pas » graphiquement ; et elle admet évidemment une autre solution qui est négative.

### Exercice 2

1) a) Montrons par récurrence que pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq 120$ .

- On a  $u_0 = 40$  donc  $u_0 \leq 120$ .

- Soit  $n \in \mathbb{N}$ , supposons que  $u_n \leq 120$  et montrons que  $u_{n+1} \leq 120$ .

$u_n \leq 120$  donc  $0,75u_n \leq 90$  par suite  $0,75u_n + 30 \leq 120$  d'où  $u_{n+1} \leq 120$ .

Donc pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n \leq 120$ .

b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} - u_n = -0,25u_n + 30$ , et on sait que  $u_n \leq 120$  d'où

$0,25u_n \leq 30$  donc  $-0,25u_n + 30 \geq 0$ . Ainsi  $u_n$  est croissante.

c)  $u_n$  est croissante et majorée par 120 donc  $u_n$  est convergente.

Pour le calcul de la limite :

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 0,75x + 30$ ,

on a pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = f(u_n)$ .

$u_n$  est convergente, soit  $l$  sa limite.

$f$  est continue sur  $\mathbb{R}$

Donc  $f(l) = l$  d'où  $l = 120$ .

2) a) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_{n+1} = u_{n+1} - 120 = 0,75u_n - 90 = 0,75(u_n - 120) = 0,75v_n$   
d'où  $v_n$  est une suite géométrique de raison 0,75 et de premier terme  
 $v_0 = u_0 - 120 = -80$ .

b) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $v_n = -80 \cdot 0,75^n$ .

c) Pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_n = v_n + 120 = 120 - 80 \cdot 0,75^n$ .

3) Soit  $u_n$  le nombre d'abonnés pour l'année  $n$ ,  $u_{n+1}$  pour l'année  $n+1$ .

$u_0 = 40$  correspond à l'année 2011.  $\frac{75}{100}u_n$  représentent le nombre des abonnés revenants ;  
donc  $u_{n+1} = 0,75u_n + 30$  par suite  $u_n = 120 - 80 \cdot 0,75^n$ .

$$u_n \geq 100 \Leftrightarrow 120 - 80 \cdot 0,75^n \geq 100 \Leftrightarrow$$

$$80 \cdot 0,75^n \leq 20 \Leftrightarrow$$

$$0,75^n \leq \frac{1}{4} \Leftrightarrow n \ln 0,75 \leq \ln\left(\frac{1}{4}\right) \Leftrightarrow$$

$n \geq \frac{-\ln 4}{\ln 0,75}$ . Donc  $n = 29$ . Le nombre d'abonnés dépassera 100 dans 29 ans.

### Exercice 3

$$1) \quad A \times B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 2-2a \\ 0 & 8+3a \end{pmatrix}$$

$$A \times B = 11I_2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 11 & 2-2a \\ 0 & 8+3a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 0 \\ 0 & 11 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-2a=0 \\ 8+3a=11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 8+3 \times 1=11 \end{cases}$$

Donc  $a = 1$ .

2) .a)

$$S \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow A \times \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix}$$

$$b) A \times B = 11 I_2 \text{ donc } A^{-1} = \frac{1}{11} B$$

$$S \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11} B \times \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \frac{1}{11} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

donc l'ensemble des solutions de S est 1,3 .

$$3) S' \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 - x - y \\ 2x - y + 6 - x - y = 1 \\ 3x + 2y - 6 + x + y = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 6 - x - y \\ x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$$

4) L'ensemble des solutions de S' est 1,3,2 .

#### Exercice 4

1)

	Atelier A <sub>1</sub>	Atelier A <sub>2</sub>	Total
Nombre de pièces défectueuses	50	150 (1)	200
Nombre de pièces non défectueuses	7950	11850 (4)	19800 (2)
Total	8000	12000 (3)	20000

On peut commencer par (1) 200-50 = 150 ; puis (2) 20000-200 = 19800.

(3) c'est 0,6x 20000 = 12000

2) a)

$$p D = \frac{200}{20000} = \frac{1}{100} = 0,01$$

$$b) p D|A = \frac{50}{8000} = \frac{5}{800} = \frac{1}{160} = 0,00625.$$

$$c) p D|\bar{A} = \frac{150}{12000} = \frac{15}{1200} = \frac{1}{80} = 0,0125.$$

$$d) p \bar{A}|D = \frac{150}{200} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75.$$

3) La probabilité cherchée est  $1 - 0,01^{10} = 0,99^{10} = 0,904$  .