

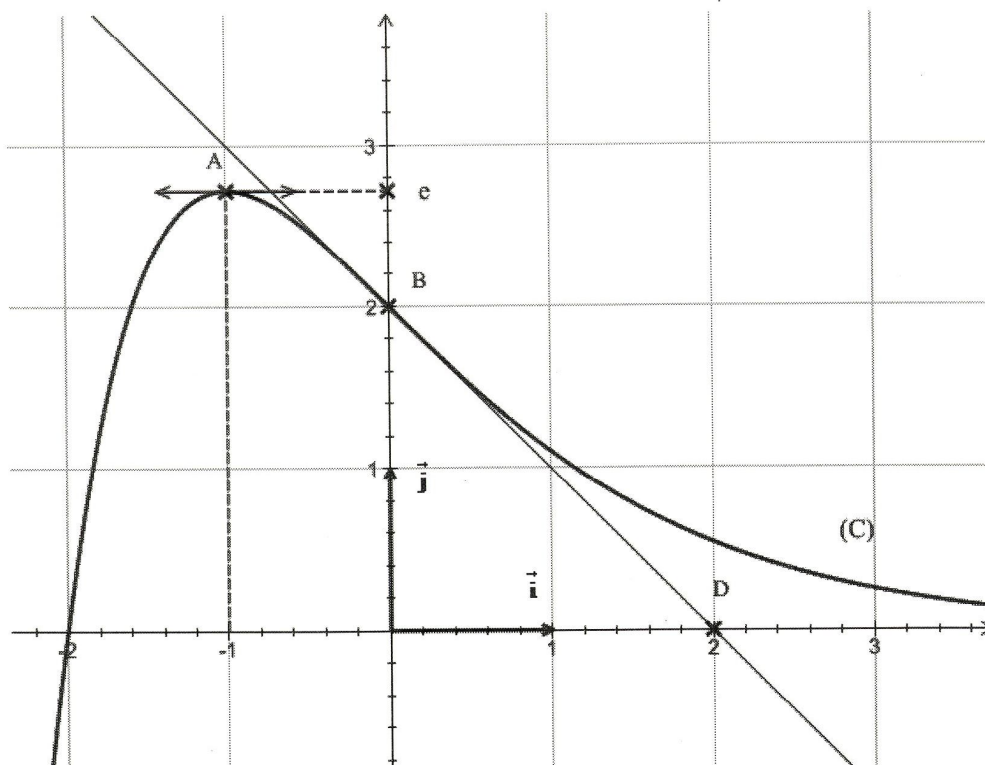
Le sujet comporte 4 pages de 1/4 à 4/4

Exercice 1 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

La courbe (C) ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

- (C) passe par les points $A(-1; e)$ et $B(0; 2)$.
- (C) admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses uniquement au point A.
- La tangente à (C) au point B passe par le point $D(2; 0)$.
- (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$.
- L'axe des abscisses est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.



Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer sur votre copie, si elle est vraie ou fausse.

Aucune justification n'est demandée.

1. $f'(-1) = 0$
2. $f'(0) = -1$
3. $\int_1^2 f(x) dx \leq \int_2^3 f(x) dx$

4. $\int_{-2}^0 f'(x) dx = 2.$
5. $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
6. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$
7. La fonction g définie par $g(x) = \ln(f(x))$ admet pour ensemble de définition l'intervalle $[-2; +\infty[.$
8. L'équation $f(x) = 0,1$ admet dans \mathbb{R} exactement deux solutions.

Exercice 2 (5,5 points)

Soit (U_n) la suite définie sur \mathbb{N} par :
$$\begin{cases} U_0 = 40 \\ U_{n+1} = 0,75.U_n + 30 \end{cases} ; \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}.$$

- 1) a) Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n \leq 120.$
 b) Montrer que (U_n) est croissante.
 c) En déduire que (U_n) est convergente et déterminer sa limite.
- 2) Soit (V_n) la suite définie sur \mathbb{N} par : $V_n = U_n - 120.$
 a) Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $0,75.$ Préciser son premier terme.
 b) Exprimer V_n en fonction de $n.$
 c) Déduire que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = 120 - 80(0,75)^n$
- 3) Une salle de sport compte 40 abonnés pour l'année 2011, on estime que chaque année, il ya 30 nouveaux abonnés et que d'une année à l'autre, 75% des abonnés renouvellent leurs abonnements.
 Dans combien d'années, le nombre d'abonnés sera-t-il supérieur à 100 ?

Exercice 3 (5 points)

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix}$; où a désigne un nombre réel.

- 1) Déterminer a pour que $AxB = 11 I_2$ où I_2 désigne la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

2) On considère le système (S) :

$$\begin{cases} x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$$

a) Donner l'écriture matricielle du système S.

b) Résoudre le système S.

3) On considère le système (S') :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 7 \end{cases}$$

Montrer que le système S' est équivalent au système (S'') :

$$\begin{cases} z = 6 - x - y \\ x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$$

4) En déduire l'ensemble des solutions du système (S').

Exercice 4 (5,5 points)

Une usine de fabrication de pièces mécaniques comporte deux ateliers de production A_1 et A_2 . Une étude statistique de la production mensuelle conduit aux résultats suivants :

- La production est de 20000 pièces.
- 60% de la production est assurée par l'atelier A_2 .
- 200 pièces fabriquées sont défectueuses.
- 50 pièces défectueuses proviennent de l'atelier A_1 .

1) Recopier et compléter le tableau suivant :

	Atelier A_1	Atelier A_2	Total
Nombre de pièces défectueuses	50		200
Nombre de pièces non défectueuses			
Total			20000

- 2) On prélève une pièce au hasard et on désigne par A et D les événements suivants :
- A : « La pièce prélevée provient de l'atelier A_1 . »
D : « La pièce prélevée est défectueuse »
- Quelle est la probabilité pour que la pièce soit défectueuse ?
 - Quelle est la probabilité pour que la pièce soit défectueuse sachant qu'elle provienne de A_1 ?
 - Quelle est la probabilité pour que la pièce soit défectueuse sachant qu'elle provienne de A_2 ?
 - Quelle est la probabilité pour que la pièce provienne de l'atelier A_2 sachant qu'elle est défectueuse ?
- 3) La vente de ces pièces se fait par lots de dix pièces. Un client achète un lot. Déterminer la probabilité pour que le lot acheté ne contienne aucune pièce défectueuse.