REPUBLIQUE TUNISIENNE
MINISTERE DE L'EDUCATION

SESSION PRINCIPALE

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : SCIENCES EXPERIMENTALES

EPREUVE : MATHEMATIQUES **DUREE :** 3h **COEFFICIENT :** 3

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice 1(3 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} (x^2 - x\ln x)$ est égale à

a) 0 b) $-\infty$ c) $+\infty$.

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{2x}-1}{x}$ est égale à

a) 2 b) 1 c) $\dfrac{1}{2}$.

3) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^{kx}$ est une solution de l'équation différentielle $y' - 2y = 0$ pour

a) $k = \dfrac{1}{2}$ b) $k = 2$ c) $k = -2$.

Exercice 2 (4 points)

1) a) Vérifier que $(5 + 2i)^2 = 21 + 20i$.

b) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (5 - 4i)z - 3 - 15i = 0$.

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$. On désigne par A, B, A' et B' les points d'affixes respectives $-3i$, $5 - i$, -3 et $1 + 5i$.

2) a) Placer les points A , B , A' et B'.

b) Montrer que OAA' et OBB' sont des triangles rectangles et isocèles.

3) Soit M un point de la droite (AB) d'affixes z_M.

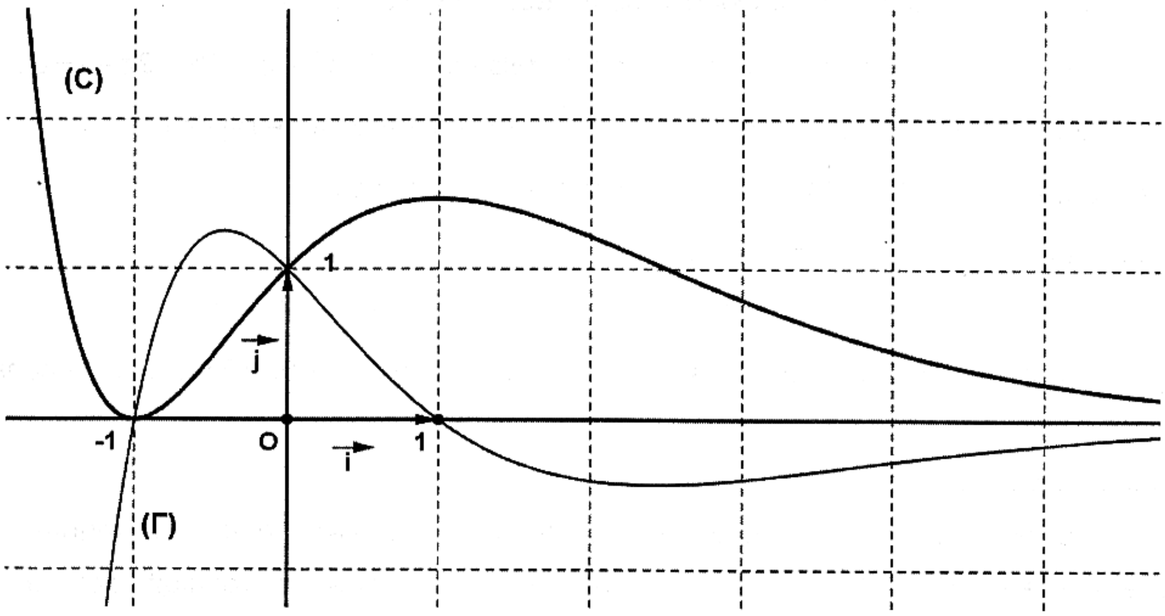
a) Montrer qu'il existe un réel k tel que $z_M = 5k + (2k - 3)i$.

b) Montrer que les droites (OM) et (A'B') sont perpendiculaires si et seulement si le point M est le milieu du segment $[AB]$.

Vérifier que dans ce cas $A'B' = 2\,OM$.

Exercice 3 (6 points)

I) On a représenté ci-dessous, dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les courbes (C) et (Γ), représentatives d'une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et de sa fonction dérivée f'.



1) Reconnaître la courbe représentative de f et celle de f'.
2) Déterminer f(0), f' (0), f(-1) et f' (-1).
3) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe de f' , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

II) La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$.

1) a) A l'aide d'une double intégration par parties, montrer que $\int_{-1}^{0} f(x)dx = 2e - 5$.

   b) Déterminer l'aire $\mathscr{A}'$ de la partie du plan limitée par les courbes (C) et (Γ) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.

2) Soit g la restriction de f à l'intervalle $[1, +\infty[$.

   a) Montrer que g réalise une bijection de $[1, +\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

   b) Montrer que l'équation $g(x) = x$ admet dans $[1, +\infty[$ une solution unique α et que $1,41 < \alpha < 1,42$.

   c) Montrer que g^{-1} est dérivable en α et que $(g^{-1})'(\alpha) = \dfrac{\alpha + 1}{\alpha(1-\alpha)}$, (g^{-1} désigne la fonction réciproque de g).

Exercice 4 (4 points)

L'espace $\mathscr{E}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points A(1 , 0 , 0), B(0 , 0 , 1) et C (1 , -1 , 1) .

1) a) Déterminer $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$. En déduire que les points A, B et C déterminent un plan $\mathscr{P}$.

b) Montrer qu'une équation cartésienne de $\mathscr{P}$ est $x + y + z - 1 = 0$.

2) Soit S l'ensemble des points M(x , y , z) de $\mathscr{E}$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z + 1 = 0$.

a) Montrer que S est une sphère dont on précisera le centre I et le rayon r.

b) Montrer que $S \cap \mathscr{P}$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

3) a) Calculer le volume du tétraèdre IABC.

b) Soit α un réel et soit M un point de $\mathscr{E}$ de coordonnées $(\alpha, 0, 2 - \alpha)$.

Montrer que, lorsque α décrit l'ensemble $\mathbb{R}$, le volume du tétraèdre MABC reste constant.

Exercice 5 (3 points)

Pour étudier la croissance d'une culture bactérienne en milieu liquide non renouvelé on a mesuré, à divers instants t, le nombre x de bactéries par millilitre. Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant, où t est exprimé en heures et x est exprimé en milliers.

t	0	1	2	3	4	5	6
x	9	11,2	14,8	18	22,8	28,8	36,2

On pose $y = \ln x$ où $\ln$ désigne le logarithme népérien.

1) a) Recopier et compléter le tableau suivant (on donnera pour y les valeurs arrondies à 10^{-2} près).

t	0	1	2	3	4	5	6
$y = \ln x$	2,20	2,42					3,59

b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série (y,t).

2) a) Déterminer, par la méthode des moindres carrés, une équation de la droite D de régression de y en t. (on arrondira les coefficients à 10^{-2} près).

b) A partir de l'équation de D, déterminer l'expression de x en fonction de t.

c) Donner une estimation du nombre de bactéries par millilitre pour t = 10.