

EXAMEN DU BACCALAUREAT - SESSION DE JUIN 2010

SECTION : ECONOMIE ET GESTION

EPREUVE : MATHÉMATIQUES

DURÉE : 2h

COEFFICIENT : 2

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice 1 (3 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, répondre par « VRAI » ou par « FAUX ».

Aucune justification n'est demandée.

Une réponse correcte vaut 0,5 point et une réponse fautive ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1. La représentation graphique de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x - 2 + \frac{3}{e^x - 1}$ admet pour asymptote au voisinage de $+\infty$ la droite d'équation $y = x - 2$.
2. La suite (U_n) définie sur \mathbb{N} par $U_n = \frac{(-1)^n}{n^2 + 1}$ est convergente.
3. $\ln(36) = 2(\ln 2 + \ln 3)$.
4. On pose $f(x) = 2x$. La valeur moyenne de f sur $[0 ; 2]$ est égale à 2.
5. $\int_1^e (1 + \ln x) dx < 0$.
6. La matrice $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -7 & 6 \\ 3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$ est l'inverse de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 6 \\ 6 & -8 & 12 \\ 3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$.

Exercice 2 (6 points)

On considère un graphe G de sommets A, B, C et D dont la matrice associée est :

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Justifier que G est un graphe orienté.
2. a) Recopier et compléter le tableau suivant où d^+ et d^- représentent respectivement le nombre d'arêtes sortantes et le nombre d'arêtes entrantes.

	A	B	C	D
d^+				
d^-				

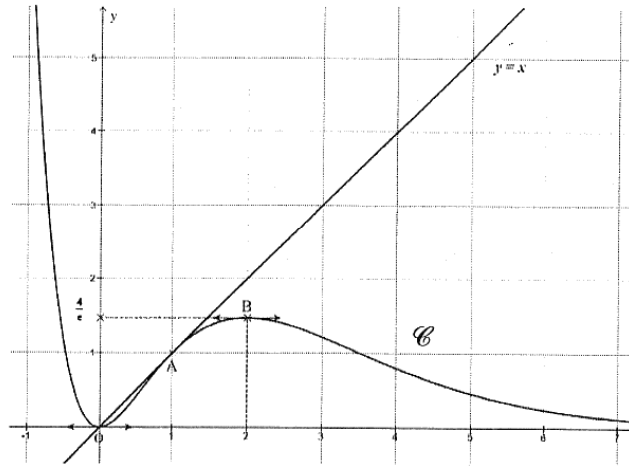
- b) Le graphe G admet-il un cycle orienté eulérien ?
 c) Justifier que G admet une chaîne orientée eulérienne.
 d) Représenter le graphe G et donner un exemple d'une chaîne orientée eulérienne.

3. On donne $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

- a) Combien de chaînes orientées de longueur 3 relient-elles le sommet B au sommet C ?
 b) Donner toutes les chaînes orientées de longueur 3 reliant B à C.

Exercice 3 (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. La courbe \mathcal{C} ci-dessous est celle d'une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R}



- La tangente à la courbe \mathcal{C} au point $A(1; 1)$ a pour équation $y = x$.
 - La courbe \mathcal{C} admet seulement deux tangentes horizontales, l'une à l'origine et l'autre au point $B\left(2; \frac{4}{e}\right)$.
 - \mathcal{C} admet au voisinage de $-\infty$ une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées.
 - La droite d'équation $y = 0$ est une asymptote à \mathcal{C} au voisinage de $+\infty$.
1. Par lecture graphique :
- a) déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$;
 - b) déterminer les réels x vérifiant $f(x) < x$.

2. Soit F la fonction définie sur \mathbb{R} par $F(x) = -(x+1)e^{1-x}$ et $I = \int_0^2 xe^{1-x} dx$.

Calculer $F'(x)$ et en déduire la valeur de I .

3. On admet que l'expression de la fonction f est $f(x) = x^2e^{1-x}$.

On désigne par \mathcal{A} l'aire de la partie du plan limitée par la courbe \mathcal{C} , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

a) En utilisant une intégration par parties, montrer que $\mathcal{A} = -\frac{4}{e} + 2I$.

b) En déduire une valeur approchée de \mathcal{A} par excès à 10^{-2} près.

Exercice 4 (5 points)

Lors d'un séminaire, on a constaté que 70% des participants parlent l'anglais, 63% parlent le français et 42% parlent à la fois l'anglais et le français.

Un journaliste veut interviewer au hasard l'un des participants à ce séminaire.

On désigne par A et F les événements suivants :

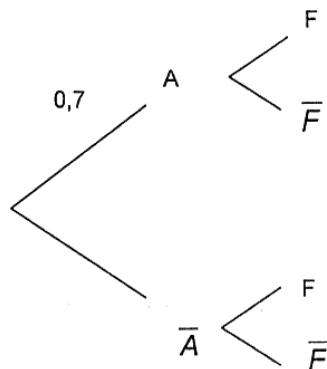
A : « Le participant choisi pour l'interview parle l'anglais » ;

F : « Le participant choisi pour l'interview parle le français ».

1. Justifier que $P(F | A) = 0,6$. En déduire la valeur de $P(\bar{F} | A)$.

2. Justifier que $P(F \cap \bar{A}) = 0,21$

3. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



4. Quelle est la probabilité que le participant interviewé ne parle ni l'anglais ni le français ?