REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ET DE LA FORMATION	SESSION PRINCIPALE	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION DE JUIN 2009
SECTION : SCIENCES TECHNIQUES		
EPREUVE : MATHEMATIQUES	DURÉE : 3 Heures	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 : QCM (3 points)

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Aucune justification n'est demandée.
Une réponse correcte vaut 0,75 point, une réponse fausse ou l'absence de réponse vaut 0 point.

1) Les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 + z + 1 = 0$ sont

a) opposées b) inverses c) ni opposées, ni inverses

2) Soit A et B deux points distincts du plan complexe d'affixes respectives z_A et z_B.
Si A et B sont symétriques par rapport à l'axe des imaginaires purs, alors

a) $z_A = -z_B$ b) $z_A = \bar{z}_B$ c) $z_A = -\bar{z}_B$

3) Le réel $\int_1^e \ln x\,dx$ est égal à

a) -1 b) e c) 1

4) Une primitive sur $\mathbb{R}$ de la fonction $x \mapsto \dfrac{x}{x^2+1}$ est

a) $x \mapsto \frac{1}{2}\ln(x^2+1)$ b) $x \mapsto \ln(x^2+1)$ c) $x \mapsto 2\ln(x^2+1)$.

Exercice 2 : (6 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on considère les points $A(1, 0, -1)$, $B(1,3,5)$, $C(-7, 2, 2)$ et $H(-1, 4, 3)$.

1) a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{HB} \wedge \overrightarrow{HC}$.

b) En déduire qu'une équation cartésienne du plan (HBC) est $x - 2y - 2z + 15 = 0$.

c) Montrer que le point H est le projeté orthogonal de A sur le plan (HBC).

2) On considère l'ensemble S des points M(x,y,z) de l'espace tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2z + 1 = 0$.

   a) Montrer que S est une sphère et préciser son centre I et son rayon R.

   b) Vérifier que I est le milieu du segment [AH].

   c) Déterminer la position relative de la sphère S et du plan (HBC).

3) Soit J (0,0,1).

   a) Vérifier que J appartient à S.

   b) Calculer la distance du point I à la droite (AJ).

   c) En déduire que la droite (AJ) est tangente à S.

   d) Donner une représentation paramétrique de la droite (AJ) et déterminer les coordonnées du point d'intersection de (AJ) et du plan (HBC).

Exercice 3 : (5 points)

Une caisse d'assurance maladie propose à ses affiliés une modalité d'hospitalisation m.
Les employés d'une entreprise sont tous affiliés à cette caisse d'assurance et on sait que :

- Le $\frac{1}{3}$ des employés choisissent la modalité m.
- Parmi les employés qui ont choisi la modalité m, 80 % sont atteints d'une maladie chronique.
- Parmi les employés qui n'ont pas choisi la modalité m, 75 % sont atteints d'une maladie chronique.

On choisit un employé au hasard et on considère les événements suivants :

M : « l'employé choisit la modalité m »

C : « l'employé est atteint d'une maladie chronique »

1) a) Déterminer les probabilités suivantes :

$$p(M), \qquad p(C/M) \qquad \text{et} \qquad p(C/\overline{M}).$$

   b) Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.

2) a) Calculer la probabilité que cet employé ait choisit la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

   b) Calculer la probabilité que cet employé n'ait pas choisi la modalité m et soit atteint d'une maladie chronique.

   c) En déduire p(C).

3) Soit l'événement E : « l'employé choisit la modalité m, sachant qu'il est atteint d'une maladie chronique. »

   Montrer que $p(E) = \frac{8}{23}$.

Exercice 4 (6 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 + e^x - xe^x$.

On note $(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) On donne ci-dessous le tableau de variation de f

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

a) Justifier que la restriction g de f à $[0, +\infty[$ réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $]-\infty, 2]$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$, une solution unique α.

c) Vérifier que $1 < \alpha < 1,5$.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Etudier la position relative de la courbe $(\mathscr{C})$ et la droite Δ d'équation $y = x$.

c) Tracer $(\mathscr{C})$ et Δ.

3) On note g^{-1} la fonction réciproque de g et $(\mathscr{C}')$ sa courbe représentative dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Tracer $(\mathscr{C}')$.

4) a) Vérifier que la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = x + (2 - x)e^x$ est une primitive de f sur $\mathbb{R}$.

b) Calculer l'aire $\mathscr{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $(\mathscr{C})$, la droite Δ et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.

c) En déduire que $\int_1^2 g^{-1}(x)dx = e - 2$.