

Exercice 3 (4,5 points)

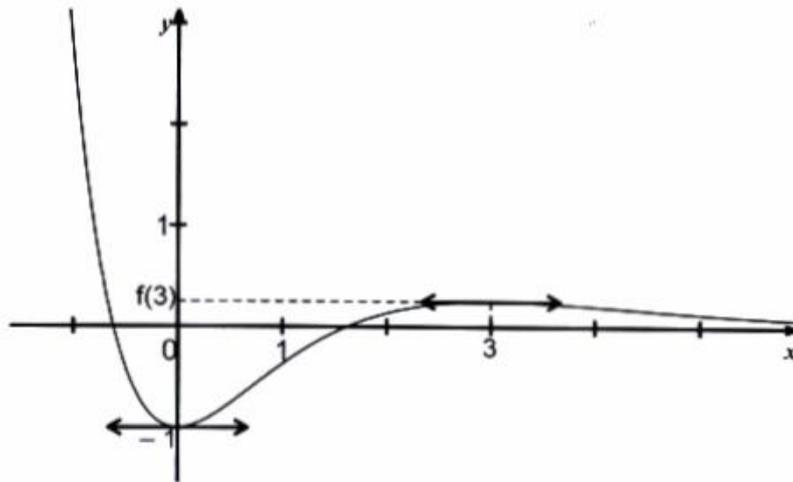
- 1) a) Calculer $(1 - 2i)^2$.
- b) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $(1 - i)z^2 + 2z + 4i = 0$.
On notera par z_1 et z_2 les solutions de (E) avec $z_2 \in \mathbb{R}$.
- 2) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) , on considère les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 .
On désigne par C et D les symétriques respectifs de A et B par rapport au point I d'affixe i .
 - a) Calculer z'_1 et z'_2 les affixes respectives de C et D.
 - b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un carré.

Exercice 4 (5 points)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . La courbe (\mathcal{C}) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur \mathbb{R} .

On suppose que :

- L'axe des abscisses est une asymptote à (\mathcal{C}) au voisinage de $+\infty$.
- (\mathcal{C}) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$.



- 1) Par lecture graphique et sans justification :
 - a) Donner $f(0)$ et $f'(0)$.
 - b) Dresser le tableau de variation de f .
- 2) On suppose dans la suite que pour tout réel x , on a : $f(x) = (x^2 + ax + b) e^{-x}$ où a et b sont deux constantes réelles.
 - a) Exprimer $f'(x)$ en fonction de a et b .
 - b) En utilisant 1) a), calculer a et b .
- 3) a) Vérifier que la fonction F définie par : $F(x) = (-x^2 - x) e^{-x}$ est une primitive de f sur \mathbb{R} .
 - b) Calculer l'aire du domaine limité par la courbe (\mathcal{C}) , les axes du repère et la droite d'équation $x = 1$.

Exercice 5 (3 points)

Une entreprise fabrique des calculatrices. Un contrôle de qualité a montré que chaque calculatrice fabriquée par cette entreprise pouvait présenter deux types de défauts indépendants a et b .

Une calculatrice est dite défectueuse si elle présente au moins l'un des deux défauts.

On considère les deux événements suivants :

A : « Une calculatrice fabriquée présente le défaut a »,

B : « Une calculatrice fabriquée présente le défaut b ».

On suppose que les probabilités de A et B sont : $p(A) = 0,01$ et $p(B) = 0,03$.

- 1) a) Calculer $p(A \cap B)$.
b) En déduire que la probabilité pour qu'une calculatrice fabriquée soit défectueuse est égale à 0,0397.
- 2) Une librairie passe une commande de 20 calculatrices.
Calculer la probabilité que deux calculatrices dans cette commande soient défectueuses.
- 3) La librairie exige que sur une commande d'un nombre n de calculatrices, la probabilité d'avoir au moins une calculatrice défectueuse reste inférieure à 50 %. Déterminer le nombre maximum de calculatrices qu'elle peut commander.