Examen du baccalauréat (Juin 2009)	Epreuve : MATHEMATIQUE
Section : Economie et Gestion	Session de contrôle

Exercice 1

1) a) 2)a) 3) b) 4) b).

Remarques

- Pour 1) les solutions sont conjuguées donc les coefficients de l'équation sont réels. Leur produit est égal à 2
- Pour 2), n'hésitez pas à représenter les points dans un repère orthonormé.
- Pour 3), f(0) = 0 donc la tangente passe par le point O. Il n'y a que b).
- Pour 4) , Faites très attention. Il s'agit de la courbe de la dérivée de f. Donc,on doit déduire le signe de f'(x).

Exercice 2

1) a)

- $\lim\limits_{x\to 0+} f(x) = \lim\limits_{x\to 0+} (\frac{1}{4}x^2 - 1 - 2\ln x) = +\infty.$ car $\lim\limits_{x\to 0+} \ln x = -\infty.$

Donc **la droite d'équation x=0 est une asymptote à (C).**

- $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to +\infty} x(\frac{1}{4}x - 2\frac{\ln x}{x}) - 1 = +\infty.$ car $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0.$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to +\infty} (\frac{1}{4}x - 2\frac{\ln x}{x}) - \frac{1}{x} = +\infty.$

Donc **(C) admet une branche parabolique de direction (Oy) au voisinage de** $+\infty$.

b) Pour tout x > 0, $f'(x) = \frac{1}{4}2x - 2\frac{1}{x}) = \frac{x}{2} - \frac{2}{x} = \frac{x^2-4}{2x} = \frac{(x-2)(x+2)}{2x}.$

c) **Tableau de variation**

x	0		2		$+\infty$
f'(x)		$-$	0	$+$	
f(x)	$+\infty$	$\searrow$	$-2\ln 2$	$\nearrow$	$+\infty$

2) a)

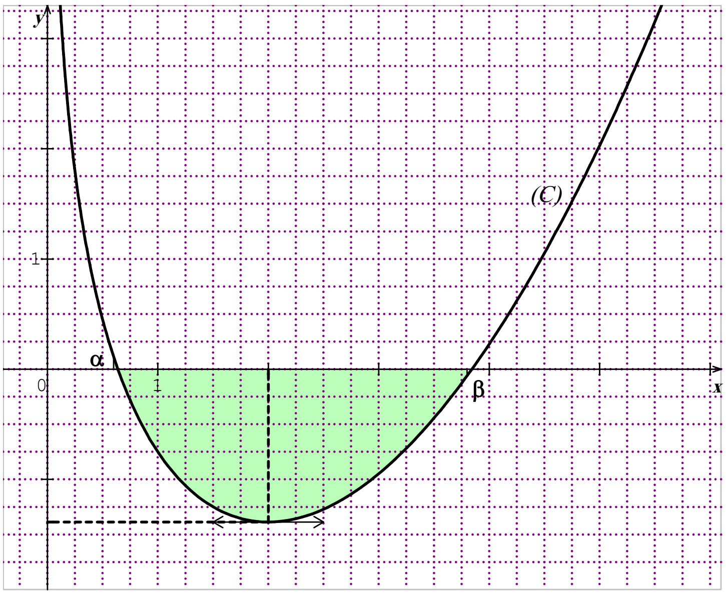
- f est continue et strictement décroissante sur $]0,2]$ et f($]0,2]$) contient 0, donc il existe un réel unique α tel que $f(\alpha)=0$.

De plus f(0,5)=0,44… et f(0,7)= - 0,16… ; f(0,5) $\times$f(0,7)< 0 par suite **0,5< α <0,7.**

- f est continue et strictement croissante sur $[2,+\infty[$ et f($[2,+\infty[$) contient 0, donc il existe un réel unique β tel que $f(\beta)=0$.

De plus f(3,7)= - 0,16… et f(3,9)= 0,08… ; f(3,7) $\times$f(3,9)< 0 par suite 3,7< β <3,9.

b) La courbe de f



3) a) F est définie sur $]0,+\infty[$, $F(x)=\frac{1}{12}x^3+x-2x\ln x.$

F est dérivable sur $]0,+\infty[$ et F'(x)= $\frac{3}{12}x^2+1-2\ln x-2x\times\frac{1}{x}.$

$$=\frac{1}{4}x^2-2\ln x-1=f(x).$$

Donc F est la primitive de f sur $]0,+\infty[$.

b) Soit A l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équation x = α et x= β .

$A=\int_\alpha^\beta -f(x)dx$ **= F(** α **) - F(**β**)** $\approx 3cm^2$ **car f(x) < 0 entre** α **et** β **.**

Exercice 3

1) Les 150 composants du type A sont obtenus avec $1\times$a (pour les TV) , $2\times$b (pour b DVD) et $2\times$c (pour c chaîne stéréo).

Par suite a + 2b + 2c = 150.

Les 300 composants du type B sont obtenus avec $4\times$a (pour les TV) , $5\times$b (pour b DVD) et $2\times$c (pour c chaîne stéréo).

Par suite 4a + 5b + 2c = 300.

Les 300 composants du type C sont obtenus avec $2\times$a (pour les TV) , $4\times$b (pour b DVD) et $5\times$c (pour c chaîne stéréo).

Par suite 2a + 4b + 5c = 330.

Donc (a,b,c) est solution du système (S) $\begin{cases} x+2y+2z=150 \\ 4x+5y+2z=300 \\ 2x+4y+5z=330 \end{cases}$.

2) La matrice du système M= $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}$

3) $$\mathrm{M}\times\mathrm{N}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} -17 & 2 & 6 \\ 16 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} -17 & 2 & 6 \\ 16 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$\mathrm{M}\times\mathrm{N}=\mathrm{I}$ donc M est inversible et M^{-1}=N.

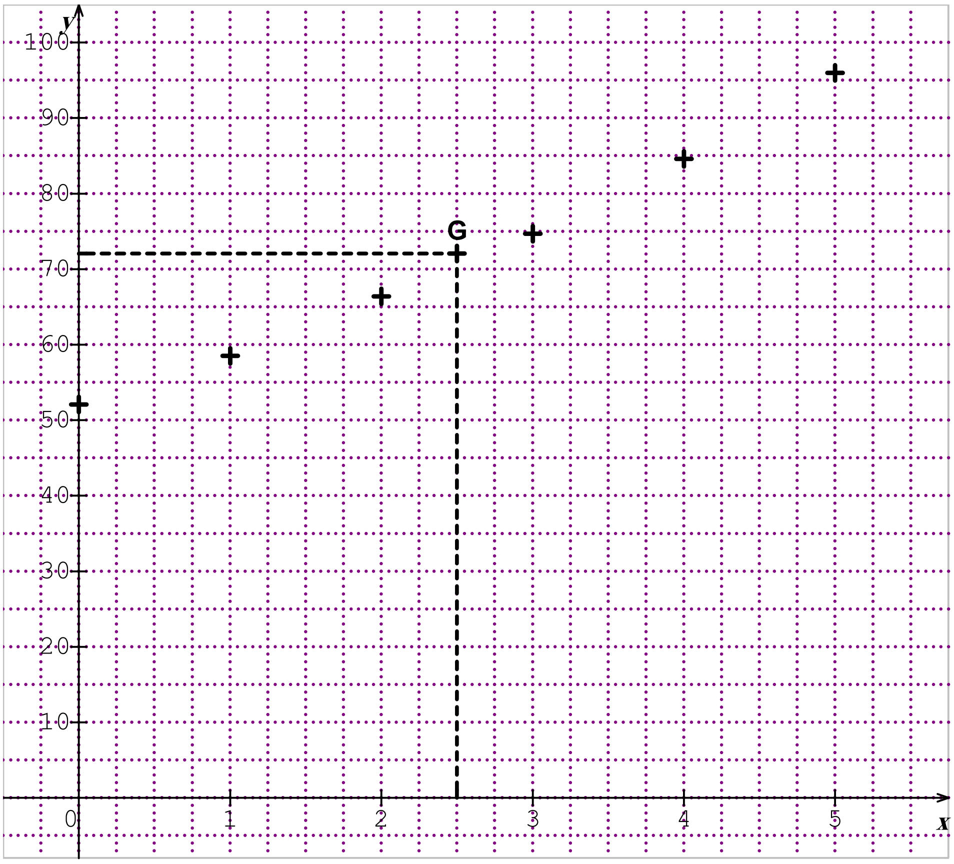
4) $$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & 5 & 2 \\ 2 & 4 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 150 \\ 300 \\ 330 \end{pmatrix}$$

Ainsi $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -17 & 2 & 6 \\ 16 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}\times\begin{pmatrix} 150 \\ 300 \\ 330 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 \\ 40 \\ 30 \end{pmatrix}$.

Exercice 4

1)

a) Le nuage de points de la série (x_i,y_i)



b) $\overline{x} = 2,5$ et $\overline{y} = 72,05$ et le point moyen G(2,5 ; 72,05) .

2) a) La droite d'ajustement par la méthode de Mayer est la droite (G_1,G_2)

où G_1 est le point moyen des 3 premiers points du nuage et G_2 est le point moyen des 3 autres. G_1(1 ;59) et G_2(4 ; 85,1).

(G_1,G_2) : $\dfrac{y-59}{85,1-59} = \dfrac{x-1}{4-1}$ ce qui donne y = 8,7 x + 50,3.

b) Pour le prix du quintal en 2009, on remplace dans l'équation de (G_1,G_2) x par 6, on trouve y= 102,5 Dinars.

3) a) On considère l'ajustement défini par f(x)= $52,1e^{0,12x}$

Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6
Prix y_i du quintal	52,1	58,5	66,4	74,7	84,6	96	106,8
8,7 x_i + 50,3	50.3	59	67.7	76.4	85.1	3.8	102.5
$52{,}1e^{0{,}12x_i}$	52.1	58.7	66.2	74.6	84.1	94.7	106.8

b) Le deuxième ajustement est plus pertinent car les valeurs trouvées sont plus proches des valeurs de y_i.

c) D'après l'ajustement f, le prix du quintal du produit en 2010 est égal

f(7) $\approx$ 120,400 dinars.

2)a)

x_i	1	2	3	4	5	6	7
$z_i = \ln(y_i)$	2,89	3,18	3,50	3,87	4,28	4,56	4,84

b) Soit D la droite de régression de z en x.

z = a x + b avec a = $\frac{\mathrm{Cov}(x,z)}{V(x)}$ et b = $\bar{z} - a\bar{x}$

= 0,34 = 2,53

Donc D: z = 0,34 x + 2,53.

c) z = ln y d'où $y = e^z = e^{0,34x+2,53}$ ce qui donne

$y = 12,55e^{0,34x}$

c) L'année 2008 correspond à x = 8.

d'où $z = (0,34)8 + 2,53 = 5,25$

d'où $\ln(y) = 5,25$ et par suite $y = e^{5,25} = 190,57$

La dépense en 2008 est estimée à 191 mille Dinars

(ou à 190 mille Dinars)