RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT SESSION 2021	**Session de contrôle**
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sciences expérimentales**
	Durée : **3h**	Coefficient de l'épreuve: **3**

N° d'inscription | | | | | | |

*****

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.
La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice 1 (4 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

- Dans une population,

la probabilité qu'une personne soit diabétique est égale à 0,15 ,
la probabilité qu'une personne soit atteinte par une hépatite est égale à 0,05 ,
la probabilité qu'une personne soit atteinte par les deux maladies à la fois est égale à 0,03.

On choisit au hasard une personne de cette population.

1. La probabilité que la personne choisie soit atteinte par une hépatite ou qu'elle soit diabétique est égale à

   a) 0,2 b) 0,17 c) 0,23

2. La probabilité que la personne choisie soit atteinte par une hépatite sachant qu'elle est diabétique est égale à

   a) 0,6 b) 0,05 c) 0,2

- On lance trois fois de suite un dé cubique équilibré à 6 faces, dont deux faces portent la lettre " A ", trois faces portent la lettre " B " et une face porte la lettre " C ".

3. La probabilité d'obtenir les lettres B, A et C dans cet ordre est égale à

   a) $\frac{1}{36}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{12}$

4. La probabilité d'obtenir au moins une fois la lettre A est égale à

   a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ b) $1-\left(\frac{1}{3}\right)^3$ c) $1-\left(\frac{2}{3}\right)^3$

Exercice 2 (5 points)

On considère dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2 - 2iz + (-3 + 2i\sqrt{3}) = 0$.

1. a) Vérifier que $\sqrt{3}$ est une solution de l'équation (E).

   b) Déterminer alors l'autre solution de (E).

2. Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. On désigne par A, B, C, D et I les points d'affixes respectives $z_A = \sqrt{3} + 2i$, $z_B = -\sqrt{3} + 2i$, $z_C = -\sqrt{3}$, $z_D = \sqrt{3}$ et $z_I = i$.

   a) Montrer que $AC = BD$.

   b) Montrer que le quadrilatère ABCD est un rectangle.

3. a) Montrer que les points A, B, C et D appartiennent au cercle de centre I et de rayon 2.

   b) Construire alors les quatre points A, B, C et D.

   c) Calculer l'aire du rectangle ABCD.

Exercice 3 (7 points)

Soit f la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x}{x+1} + \ln(x+1)$.

On désigne par (ζ) la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A) 1. a) Calculer $\lim\limits_{x \to -1^+} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat.

b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$. Interpréter graphiquement le résultat.

2. a) Montrer que pour tout $x \in]-1, +\infty[$, $f'(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2} + \dfrac{1}{x+1}$.

b) Dresser le tableau de variation de f.

c) Montrer que la fonction f réalise une bijection de $]-1, +\infty[$ sur $\mathbb{R}$.

B) Soit g la fonction définie sur $]-1, +\infty[$ par $g(x) = f(x) - x$.

1. On donne ci-dessous le tableau de variation de g.

x	-1		$\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$		$+\infty$
g	$\Vert$ $-\infty$	$\nearrow$	$g\left(\dfrac{\sqrt{5}-1}{2}\right)$	$\searrow$	$-\infty$

a) Calculer g(0) et en déduire que $g(\frac{\sqrt{5}-1}{2}) > 0$.

b) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet dans $]-1, +\infty[$ exactement deux solutions 0 et α .

c) Vérifier que $1,5 < \alpha < 1,6$.

d) Etudier la position relative de la courbe (ζ) et de la droite Δ d'équation $y = x$.

2. Dans l'annexe ci-jointe le plan est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ et on a placé le réel α sur l'axe des abscisses.

a) Tracer la droite Δ et la courbe (ζ) dans l'annexe.

b) On note f^{-1} la fonction réciproque de f sur $]-1, +\infty[$.

Tracer la courbe (ζ') de la fonction f^{-1} dans le même repère.

3. Soit $\mathcal{A}(\alpha)$ l'aire de la partie du plan limitée par les courbes (ζ), (ζ') et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$.

Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $\mathcal{A}(\alpha) = 2\alpha \ln(\alpha+1) - \alpha^2$.

Exercice 4 (4 points)

Soit g et h les fonctions définies sur $[1, +\infty[$ par

$$g(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+2}} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2x+2}}.$$

1. Soit les fonctions G et H définies sur $[1, +\infty[$ par

$$G(x) = \sqrt{x^2-2x+2} \quad \text{et} \quad H(x) = \ln(x-1+\sqrt{x^2-2x+2}).$$

Montrer que G et H sont des primitives respectives de g et h sur $[1, +\infty[$.

2. Soit I l'intégrale définie par $I = \int_1^2 h(x)\,dx$. Montrer que $I = \ln(1+\sqrt{2})$.

3. Soit les intégrales $J = \int_1^2 \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x^2-2x+2}}\,dx$ et $K = \int_1^2 G(x)\,dx$.

a) Montrer que $I + J = K$.

b) Montrer à l'aide d'une intégration par parties que $J = \sqrt{2} - K$.

c) En déduire la valeur de l'intégrale J.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve: Mathématiques - Section : Sciences expérimentales

Session de contrôle (2021)

Annexe à rendre avec la copie