REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L'EDUCATION ●●●●● **EXAMEN DU BACCALAUREAT** SESSION **2018**	***Session principale***		
	Epreuve : **Mathématiques**		Section : ***Sciences Techniques***
	Durée : **3h**	◆	Coefficient de l'épreuve : **3**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4. ***La page 4/4 est à rendre avec la copie.***

Exercice 1 (5points)

Soit dans $\mathbb{C}$, l'équation (E) : $z^2-\left(2i\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{12}}\right)z-4e^{i\frac{\pi}{6}}=0$.

1) a) Vérifier que $e^{i\frac{5\pi}{12}}\left(e^{i\frac{\pi}{4}}-e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)=e^{i\frac{2\pi}{3}}-e^{i\frac{\pi}{6}}$ et que $e^{i\frac{2\pi}{3}}-e^{i\frac{\pi}{6}}=i\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$.

b) Vérifier alors que $z_1=2e^{i\frac{\pi}{3}}$ est une solution de l'équation (E).

c) Trouver alors l'autre solution z_2 de l'équation (E).

d) Ecrire chacun des nombres complexes z_1 et z_2 sous forme cartésienne.

2) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A et B d'affixes respectifs $z_A=1+i\sqrt{3}$ et $z_B=-\sqrt{3}+i$.

a) Vérifier que $z_B=iz_A$.

b) Déduire que le triangle OAB est isocèle rectangle.

c) Construire, dans la figure 1 de l'annexe ci-jointe, les points A et B.

3) Soit C le point du plan d'affixe $z_C=\left(1-\sqrt{3}\right)+i\left(1+\sqrt{3}\right)$.

a) Montrer que OACB est un carré.

b) Placer le point C.

c) Déterminer la forme exponentielle de z_C.

Exercice 2 (4.5points)

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ on considère les points $A(1,2,-1)$, $B(2,0,-2)$ et $C(-1,1,1)$.

1) a) Déterminer $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ et déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés.

b) Soit P le plan déterminé par les points A, B et C.

Montrer qu'une équation cartésienne du plan P est $x+z=0$.

2) Soit Δ la droite de système d'équations paramétriques: $\Delta : \begin{cases} x = \alpha + 1 \\ y = 2 \\ z = \alpha - 1 \end{cases} ; \alpha \in \mathbb{R}.$

a) Vérifier que A est un point de Δ.

b) Montrer que la droite Δ est perpendiculaire au plan P.

3) Soit α un réel et $I_\alpha(\alpha+1, 2, \alpha-1)$ un point de la droite Δ.

a) Montrer que $d(I_\alpha, P) = \sqrt{2}|\alpha|$.

b) Soit (S_α) la sphère de centre I_α et de rayon $2\sqrt{2}$.

Déterminer suivant les valeurs de α la position relative de la sphère (S_α) et du plan P.

4) a) Pour quelles valeurs de α, le point B appartient à la sphère (S_α).

b) Pour les valeurs de α trouvées dans la question 4) a), caractériser $S_\alpha \cap P$.

Exercice 3 (4 points)

Un parc d'automobiles d'une société de distribution de produits cosmétiques dispose de voitures de même type.

Une étude statistique faite sur sept voitures du parc concernant la consommation en carburant et le kilométrage total parcouru par chacune de ces sept voitures, donne le tableau suivant :

x_i : Kilométrage total parcouru (en Km)	100000	140000	180000	220000	250000	290000	350000
y_i : Consommation (en litre par 100 Km)	5,6	5,7	6,1	6,8	7,1	7,5	8,1

1) a) Représenter, dans la figure 2 de l'annexe ci-jointe, le nuage de points de la série statistique double (X , Y) où $X = (x_i)_{1 \le i \le 7}$ et $Y = (y_i)_{1 \le i \le 7}$.

b) Déterminer le coefficient de corrélation de la série (X , Y).

c) Peut-on envisager un ajustement affine de la série (X , Y)? Justifier votre réponse.

2) a) Donner une équation de la droite de régression de Y en X.

b) Donner une équation de la droite de régression de X en Y.

3) Estimer la consommation lorsque le kilométrage total parcouru est 400000 Km.

4) La société renouvelle une voiture lorsque sa consommation dépasse 8,5 litres par 100 Km.

A partir de quel kilométrage total parcouru (en milliers de Km), la société renouvelle la voiture?

Exercice 4 (6.5 points)

1) On donne ci-dessous le tableau de variation de la fonction h définie sur $]0,+\infty[$ par $h(x) = x - 1 + x\ln x$.

x	0		e^{-2}		$+\infty$
$h(x)$	-1	$\searrow$	$-(1+e^{-2})$	$\nearrow$	$+\infty$

   a) Calculer $h(1)$.

   b) Déterminer le signe de la fonction h sur chacun des intervalles $]0,1]$ et $[1,+\infty[$.

2) On considère la fonction f définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x) = 1 + (x-1)\ln x$ et on désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

   a) Montrer que $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = +\infty$. Interpréter graphiquement le résultat.

   b) Calculer $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat.

3) a) Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{h(x)}{x}$.

   b) Dresser le tableau de variation de la fonction f.

4) a) Résoudre dans $]0,+\infty[$, l'équation $f(x) = x$.

   b) Montrer que, $f(x) \leq x$ si et seulement si $x \in [1,e]$.

   c) Déduire la position relative de la courbe (C) et la droite $\Delta : y = x$.

5) Construire la courbe (C).

6) Soit A l'aire, en u.a, de la partie du plan limitée par la courbe (C), la droite Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

   a) Par une intégration par partie montrer que $\int_1^e (x\ln x)dx = \dfrac{1}{4}e^2 + \dfrac{1}{4}$.

   b) Calculer alors A.

7) On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$

   a) Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n \in [1,e]$.

   b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.

   c) Déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Section : N° d'inscription : Série :

Nom et Prénom :

Date et lieu de naissance :

Signatures des surveillants

Épreuve: Mathématiques- Section: Sciences techniques -Session principale (2018)

Annexe à rendre avec la copie

Figure 1

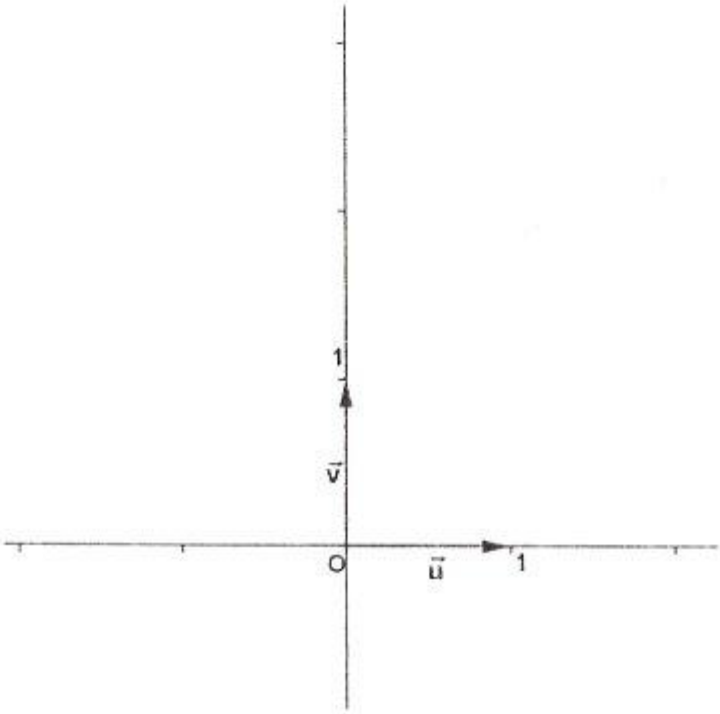

Figure 2